

Universidade Federal de Pernambuco  
Núcleo de Engenharia na Escala Nanométrica  
Laboratório de Dispositivos e Nanoestruturas

**Tecnologia dos Materiais  
para Engenharia Eletrônica**  
dos fundamentos às tecnologias

Versão: 0.2.0

EDVAL J. P. SANTOS, Ph.D.

Quando perguntado sobre a existência do átomo, Dr. Ernst Mach replicava:

*Haben Sie schon welche gesehen?* (Qual você já viu?)

**Tecnologia dos Materiais para Engenharia Eletrônica**  
dos fundamentos às tecnologias  
Versão: 0.2.0  
**Edval J. P. Santos, Ph.D.**

Copyright ©2021 por EDVAL J. P. SANTOS, Ph.D.

Todo esforço foi realizado no sentido de evitar erros. No entanto, utilize as informações apresentadas nessas notas apenas como guia. Não nos responsabilizamos por erros eventualmente cometidos na preparação desse manuscrito. A leitura como sempre deve ser realizada de forma crítica.

LABORATÓRIO DE DISPOSITIVOS E NANOESTRUTURAS  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
Recife - PE - Brasil



# Prefácio

De acordo com as evidências experimentais e teoria mais aceita, no início ocorreu um grande pipôco e nesse ambiente de temperatura extrema havia apenas energia. Com a expansão que se seguiu, ocorreu redução da temperatura e assim a matéria começou a ser formada, especialmente quarks. Nessa era a interação eletrofraca se separa em interação fraca e interação eletromagnética. Os quarks se juntaram e foram formados prótons e nêutrons. Com mais expansão e maior redução da temperatura formou-se hidrogênio e hélio. Em seguida formaram-se as estrelas. Com ajuda da gravidade, começou-se a formar elementos mais pesados, tais como: oxigênio, carbono e ferro. O equilíbrio dinâmico entre gravitação e fusão dentro das estrelas é eventualmente quebrado e ocorreram colapsos seguidos de explosões dessas estrelas espalhando elementos pesados pelo espaço, que eventualmente foram utilizados na formação de planetas. Alguns desses planetas podem ter dado origem à vida capaz de perguntar de que é feita a matéria.

O objetivo desse texto é ir além de apresentar materiais e aplicações, busca-se apresentar as evidências científicas que comprovam a hipótese atômica, como o uso dessa hipótese permite compreender fenômenos e propriedades da matéria e como essa compreensão pode ser usada criativamente para investigar novos fenômenos e propor novas aplicações. A origem desse texto são as notas de aula da disciplina tecnologia de materiais para engenheiros eletrônicos. O texto está dividido em quatro partes. A primeira parte é sobre os fundamentos experimentais e teóricos que nos leva a compreensão da matéria. A segunda parte é sobre as propriedades da matéria e como essas propriedades são compreendidas com base na teoria apresentada na primeira parte. A terceira parte é sobre os materiais utilizados na eletrônica e quais propriedades eles têm, entre aquelas apresentadas na segunda parte. A quarta e última parte é sobre as tecnologias utilizadas no desenvolvimento de materiais eletrônicos e como a tecnologia eletrônica faz uso dos materiais.

Durante a disciplina cada estudante faz apresentação oral contendo o assunto de um capítulo. A quantidade de apresentações realizada por estudante depende do tamanho da turma mas são pelo menos quatro. Possível roteiro para a apresentação.

- Um resumo do que se trata. O que é?
- História. Como foi descoberto? Em que contexto?
- Intuição física na descrição do fenômeno.
- Experimentos relevantes em sua descoberta e compreensão.
- Hipótese associada ao experimento.
- Fontes de material e processo de manufatura.
- Formalização matemática - expressões completas
- Exemplo simples da teoria com cálculos.
- Equipamentos para sua caracterização (normas técnicas).
- Aplicação tecnológica do material na eletrônica.

Um aspecto da disciplina é chamar a atenção para novos desenvolvimentos. As muitas oportunidades de investigação e de empreender.

- Detector de amplitude e fase para raio-X.

- Novos quasicristais para revestimento antirefletivo.
- Teoria de campo para dispositivos de grafeno.
- Materiais supercondutores a temperatura ambiente.
- Teoria para explicar a supercondutividade em cerâmicas.
- Monopolo magnético.
- Origem do campo magnético da Terra.
- Fibra resistente a contaminação por gás.
- Medidor distribuído ultrasensível de temperatura e de pressão.
- Técnica de fabricação de grafeno ou nanotubo de carbono em grande escala e em grandes dimensões.
- Manipular nanotubos de carbono para fabricação de circuitos eletrônicos.
- Baterias de alta densidade de energia e alta densidade de potência.
- Óxidos magnéticos com capacidade de potência muito maior que o ferro.
- Supercapacitores que operam em altas temperaturas e tensões elevadas.
- Curativos eletrônicos em substratos plásticos.
- Mostradores e outros circuitos eletrônicos plásticos.

Agradecemos a cada estudante que com sua dúvida ajudou a melhorar essas notas de aula.

Recife, Agosto de 2019

Edval J. P. Santos, PhD

$$\left[ \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} c_{\xi} |\sqrt{a_{\xi}}| \right]$$

# Conteúdo

<b>A</b>	<b>Noções sobre funções de Green</b>	<b>1</b>
A.1	Caso clássico . . . . .	1
A.1.1	Equação de Poisson . . . . .	1
A.1.2	Equação de Helmholtz . . . . .	2
A.2	Caso quântico . . . . .	4
A.2.1	Equação de Landauer . . . . .	8
A.3	Identities matemáticas . . . . .	11

# Apêndice A

## Noções sobre funções de Green

As funções de Green foram propostas por George Green (1793-1841) em cerca de 1820. Trata-se da resposta ao impulso do sistema descrito pelo operador linear,  $\hat{L}$ .

$$\hat{L}\mathcal{G}(x, x') = \delta(x - x') \quad (\text{A.1})$$

em que  $\delta(\cdot)$  é a função delta de Dirac ou impulso.

Note-se que à rigor a função delta de Dirac não é uma função matemática por não apresentar valores para cada  $x$  de maneira que o produto  $\delta(x)dx$  seja bem definido para todo  $x$ . Matematicamente trata-se de uma distribuição, i.e., o limite de uma sequência de funções. No entanto, é extremamente útil tanto como ferramenta teórica como em aplicações práticas.

De posse da função de Green pode-se obter a resposta do sistema a qualquer outro estímulo. Considere-se que o sistema descrito pelo operador linear,  $\hat{L}$  seja perturbado pelo estímulo  $f(x)$ ,

$$\hat{L}\psi(x) = f(x), \quad (\text{A.2})$$

e deseja-se obter a resposta,  $\psi(x)$ , *aessaperturbao*. A solução pode ser escrita em termos da função de Green adicionando-se a solução do problema homogêneo,  $\hat{L}\psi_h(x) = 0$ . A solução é a generalização do teorema da convolução.

$$\psi(x) = \psi_h(x) + \int \mathcal{G}(x, x')f(x')dx' \quad (\text{A.3})$$

Note-se que a função na Equação A.3 é a solução de fato.

$$\hat{L}\psi(x) = \cancel{\hat{L}\psi_h(x)}^0 + \hat{L} \int \mathcal{G}(x, x')f(x')dx' \quad (\text{A.4})$$

$$= \int \delta(x - x')f(x')dx' \quad (\text{A.5})$$

$$= f(x) \quad (\text{A.6})$$

Q.E.D. (Quod Erat Demonstrandum)

**Diferentes operadores lineares resultam em diferentes funções de Green. Além disso as funções de Green também variam para diferentes condições de contorno.**

### A.1 Caso clássico

#### A.1.1 Equação de Poisson

A técnica da função de Green é muito útil no estudo da eletrodinâmica. Considere-se a densidade de carga  $\rho(r)$  para a qual deseja-se obter a distribuição de potencial elétrico. Para isso é necessário resolver a equação de Poisson,



$$\nabla^2 \phi = \frac{-\rho}{\epsilon}. \quad (\text{A.7})$$

A solução em termos da função de Green,

$$\phi(r) = \phi_h(r) + \int \mathcal{G}(r, r') \left( \frac{-\rho(r')}{\epsilon} \right) dr' \quad (\text{A.8})$$

Com a transformada de Fourier pode-se mostrar que,

$$-\nabla^2 \frac{1}{4\pi|r-r'|} = \delta(r-r'). \quad (\text{A.9})$$

Donde se conclui que para a equação de Poisson tem-se a seguinte solução,

$$\phi(r) = \phi_h + \int \frac{\rho(r')}{4\pi\epsilon|r-r'|} dr' \quad (\text{A.10})$$

Para provar que de fato é a solução aplica-se o operador,

$$\nabla^2 \phi(r) = \int \nabla^2 \frac{\rho(r')}{4\pi\epsilon|r-r'|} dr' \quad (\text{A.11})$$

$$= - \int \delta(r-r') \frac{\rho(r')}{\epsilon} dr' \quad (\text{A.12})$$

$$= - \frac{\rho(r)}{\epsilon} \quad (\text{A.13})$$

Para uma carga pontual na origem,  $\rho(r) = Q\delta(r)$ .

$$\phi(r) = \int \frac{Q\delta(r')}{4\pi\epsilon|r-r'|} dr' = \frac{Q}{4\pi\epsilon|r|} \quad (\text{A.14})$$

Como é esperado.

Se quiser informar que a função de Green só assume valores não nulos a partir de um certo instante no tempo utiliza-se a função degrau de Heaviside.

$$\mathcal{G}(r, t; r', t') = -\theta(t-t') \frac{1}{4\pi\epsilon|r-r'|} \quad (\text{A.15})$$

em que  $\theta(t-t') = 0$  para  $t < t'$  e  $\theta(t-t') = 1$  para  $t > t'$ .

### A.1.2 Equação de Helmholtz

Considere-se o problema da vibração que é descrito pela equação de Helmholtz. Esse problema também pode ser resolvido pela técnica da função de Green.

$$(\nabla^2 + k^2)u(\vec{r}) = f(\vec{r}) \quad (\text{A.16})$$

$$u(\vec{r}) = u_h(\vec{r}) + \int \mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (\text{A.17})$$

em que

$$(\nabla^2 + k^2)\mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (\text{A.18})$$

Para ilustrar o procedimento considere-se a corda vibrante em que a equação se reduz ao caso unidimensional.

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k^2 \right) u(x) = f(x) \quad (\text{A.19})$$

Busca-se auto-estados do operador  $d^2/dx^2$ .

$$\frac{d^2}{dx^2} u_n(x) = \lambda_n u_n(x) \quad (\text{A.20})$$

em que  $u_n(0) = u_n(L) = 0$ .

Obtem-se,

$$u_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi x}{L} \right) \quad (\text{A.21})$$

em que  $\lambda_n = -(n\pi/L)^2$ .

Note-se que as soluções ou auto-funções são ortogonais e formam um espaço vetorial completo.

$$\begin{cases} \int_0^L u_n(x) u_m(x) dx = \delta_{nm} & \text{Ortogonalidade} \\ \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x) u_n(x') = \delta(x - x') & \text{Completeza} \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Uma solução qualquer pode ser escrita em termos da base.

$$u(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n u_n(x) \quad (\text{A.23})$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left( \int u(x') u_n(x') dx' \right) u_n(x) \quad (\text{A.24})$$

$$= \int u(x') \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x') u_n(x) dx' \quad (\text{A.25})$$

$$= \int u(x') \delta(x - x') dx' \quad (\text{A.26})$$

$$= u(x) \quad (\text{A.27})$$

**Q.E.D. (Quod Erat Demonstrandum)**

Em particular interessa obter a função de Green em termos da base.

$$\mathcal{G}_k(x, x') = \sum_{n=1}^{\infty} g_{k,n}(x') u_n(x) \quad (\text{A.28})$$

Aplica-se o operador associado à equação de Helmholtz.

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k^2 \right) \mathcal{G}_k(x, x') = \sum_{n=1}^{\infty} g_{k,n}(x') \left( \frac{d^2}{dx^2} + k^2 \right) u_n(x) \quad (\text{A.29})$$

Obtem-se

$$\delta(x - x') = \sum_{n=1}^{\infty} g_{k,n}(x') (\lambda_n + k^2) u_n(x) \quad (\text{A.30})$$

Da relação da completeza obtem-se,

$$g_{k,n}(x') (\lambda_n + k^2) = u_n(x') \quad (\text{A.31})$$

Assim obtem-se a função de Green.

$$\boxed{\mathcal{G}_k(x, x') = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n(x') u_n(x)}{k^2 - \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2}} \quad (\text{A.32})$$

## A.2 Caso quântico

Esse caso é de especial interesse na **nanoeletrônica**. Considere-se o operador linear de Schrödinger para o sistema confinado. A exemplo de elétrons em dispositivo nanoeletrônico. Há duas condições básicas: independente do tempo e dependente do tempo. A condição independente do tempo é útil para obter o espectro de energia, os coeficientes de transmissão e reflexão em regime estacionário, condutância eletrônica no regime estacionário (corrente-contínua) e a densidade de estados. A condição dependente do tempo é útil para avaliar os aspectos dinâmicos o que inclui transporte de carga e transição de estados. Inicialmente considera-se o caso do sistema confinado não perturbado independente do tempo.

$$(\mathcal{E}\mathbf{I} - H_o)\phi_n = 0 \quad (\text{A.33})$$

As soluções,  $\{\phi_n\}$ , formam um espaço vetorial de Hilbert,

$$\int \phi_m(x)\phi_n^*(x)dx = \delta_{m,n} \quad (\text{A.34})$$

$$\sum_n \phi_n(x)\phi_n^*(x') = \delta(x - x') \quad (\text{A.35})$$

Pode-se obter a função de Green para esse sistema.

$$(\mathcal{E}\mathbf{I} - H_o)\mathcal{G}_o(x, x') = \delta(x - x') \quad (\text{A.36})$$

De acordo com a Equação A.35,

$$\mathcal{G}_o(x, x') = (\mathcal{E}\mathbf{I} - H_o)^{-1} \sum_n \phi_n(x)\phi_n^*(x') = \sum_n \frac{\phi_n(x)\phi_n^*(x')}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_n}. \quad (\text{A.37})$$

Note-se que surge uma dificuldade com essa função de Green devido às singularidades em  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_n$ . Para contornar esse problema faz-se a continuação analítica e obtém-se a função de Green retardada e avançada. Considere-se a função de Green retardada.

$$\mathcal{G}_o^R(x, x', \mathcal{E}) = \sum_n \frac{\phi_n(x)\phi_n^*(x')}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_n + j\eta}. \quad (\text{A.38})$$

A quantidade de estados pode ser escrito em termos da função delta de Dirac.

$$N(\mathcal{E}) = \sum_n \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}_n) \quad (\text{A.39})$$

Além disso,

$$\frac{1}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_n + j\eta} = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_n}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_n)^2 + \eta^2} - j \frac{\eta}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_n)^2 + \eta^2}. \quad (\text{A.40})$$

Combina-se as expressões para escrever em  $x = x'$ .

$$\int \mathcal{G}_o^R(x, x, \mathcal{E})dx = \sum_n \frac{1}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_n + j\eta} = \int \frac{N(\mathcal{E}')(\mathcal{E} - \mathcal{E}')}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}')^2 + \eta^2} d\mathcal{E}' - j \int \frac{N(\mathcal{E}')\eta}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}')^2 + \eta^2} d\mathcal{E}'. \quad (\text{A.41})$$

No limite em que  $\eta \rightarrow 0$ .

$$\text{Im} \left\{ \int \mathcal{G}_o^R(x, x, \mathcal{E})dx \right\} = -\pi \int N(\mathcal{E}')\delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}')d\mathcal{E}' = -\pi N(\mathcal{E}) = -\pi \int \rho(x, \mathcal{E})dx \quad (\text{A.42})$$

De maneira que iguala-se o integrando.

$$\rho(x, \mathcal{E}) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \{ \mathcal{G}_o^R(x, x, \mathcal{E}) \} \quad (\text{A.43})$$

O próximo passo é quando ocorre uma perturbação. Considere-se que a perturbação representada pela energia potencial  $U$  é ativada. De maneira que o hamiltoniano do sistema perturbado é  $H = H_o + U$ .

$$(\mathcal{E}\mathbf{I} - H)\psi = (\mathcal{E}\mathbf{I} - H_o - U)\psi = 0 \quad (\text{A.44})$$

Esse sistema pode ser reescrito.

$$(\mathcal{E}\mathbf{I} - H_o)\psi = U\psi \quad (\text{A.45})$$

A solução do problema com perturbação pode ser escrita em termos da função de Green em que  $\phi_n$  é a solução da equação homogênea. De acordo com a Equação A.3,

$$\psi_n(x) = \phi_n(x) + \int \mathcal{G}_o(x, x')U(x')\psi_n(x')dx' \quad (\text{A.46})$$

Nesse tipo de problema tem-se a dificuldade que a solução procurada aparece na integral. Parece que se está andando em círculos. Isso é resolvido com a aplicação da técnica recursiva na expectativa que termos de maior ordem se aproximem de zero.

$$\psi_n(x) = \phi_n(x) + \int \mathcal{G}_o(x, x')U(x')\phi_n(x')dx' + \int \int G_o(x, x')U(x')\mathcal{G}_o(x', x'')U(x'')\psi_n(x'')dx''dx' \quad (\text{A.47})$$

Pode-se escrever a função de Green do problema com perturbação em termos da função de Green do problema sem perturbação.

$$(\mathcal{E}\mathbf{I} - H)\mathcal{G}(x, x') = \delta(x - x') = (\mathcal{E}\mathbf{I} - H_o)\mathcal{G}_o(x, x') \quad (\text{A.48})$$

É mais interessante examinar o problema no domínio da transformada de Fourier em que a integral da convolução torna-se produto.

$$(\mathcal{E}\mathbf{I} - H)G_k = 1 = (\mathcal{E}\mathbf{I} - H_o)G_{o,k} \quad (\text{A.49})$$

Obtem-se a equação recursiva de Dyson.

$$1 = (\mathcal{E}\mathbf{I} - H)\mathcal{G}_k = (G_{o,k}^{-1} - U)G_k \quad (\text{A.50})$$

$$G_{o,k} = (1 - G_{o,k}U)G_k \quad (\text{A.51})$$

$$G_k = G_{o,k} + G_{o,k}UG_k \quad (\text{A.52})$$

ou

$$1 = (\mathcal{E}\mathbf{I} - H_o)G_{o,k} = (\mathcal{G}_k^{-1} + U)G_{o,k} \quad (\text{A.53})$$

$$G_k = (1 + G_kU)G_{o,k} \quad (\text{A.54})$$

$$G_k = G_{o,k} + G_kUG_{o,k} \quad (\text{A.55})$$

Calcula-se a transformada inversa.

$$\mathcal{G}(x, x') = \mathcal{G}_o(x, x') + \int \mathcal{G}(x, x'')U(x'')\mathcal{G}_o(x'', x')dx'' \quad (\text{A.56})$$

Pode-se reescrever a Equação A.47 em termos da equação de Dyson.

$$\psi_n(x) = \phi_n(x) + \int \mathcal{G}(x, x')U(x')\phi_n(x')dx' \quad (\text{A.57})$$

Para o sistema confinado em primeira ordem de aproximação obtem-se,

$$\psi_n(x) = \phi_n(x) + \sum_k \int \frac{\phi_k(x)\phi_k^*(x')}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_k} (U(x')\phi_n(x')) dx' \quad (\text{A.58})$$

**Note-se as singularidades do tipo hiperbólica que impede de calcular a integral. Uma maneira de obter a solução é realizar a continuação analítica no plano complexo e assim poder utilizar o teorema de Cauchy.**

### Ente quântico livre

Considere-se o ente quântico livre em que a solução da equação de Schrödinger são ondas planas.

$$\phi(x) = Ae^{\pm jkx} \quad (\text{A.59})$$

Deseja-se obter a função de Green ou resposta ao impulso.

$$(\mathcal{E}\mathbf{I} - H_o)\mathcal{G}_o(x, x') = \delta(x - x') \quad (\text{A.60})$$

Para  $x \neq x'$  a equação da função de Green é idêntica à equação de Schrödinger. De maneira que a função de Green procurada deve ser proporcional às ondas planas. Acrescenta-se que a função de Green deve ser simétrica em  $x$  e  $x'$  e contínua.

$$\mathcal{G}_o(x, x') = Ke^{jk|x-x'|} \quad (\text{A.61})$$

Substitui-se essa expressão na equação anterior para obter a constante de proporcionalidade.

$$\mathcal{G}_o(x, x') = -\frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} e^{jk|x-x'|} \quad (\text{A.62})$$

Esse resultado pode ser utilizado para estimar o espalhamento por barreira de potencial.

### Espalhamento por barreira de potencial

Considere-se a barreira de potencial  $U_o$  para  $-a/2 < x < a/2$  e zero para quaisquer outros valores de  $x$ . Assume-se que  $a$  seja tão pequeno que no limite em que  $a \rightarrow 0$  de maneira que  $U_o a$  seja constante, a barreira de potencial é representada pela função delta.

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < -a/2 \\ U_o, & -a/2 < x < a/2 \\ 0, & x > a/2 \end{cases} \rightarrow u_o \delta(x) \quad (\text{A.63})$$

Aplica-se a equação de Dyson para obter a função de Green do sistema com barreira a partir da função de Green da partícula livre.

$$\mathcal{G}(x, x') = -\frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} e^{jk|x-x'|} + \int \mathcal{G}(x, x'') u_o \delta(x'') \left( -\frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} e^{jk|x''-x'|} \right) dx'' \quad (\text{A.64})$$

$$\mathcal{G}(x, x') = -\frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} e^{jk|x-x'|} + \mathcal{G}(x, 0) u_o \left( -\frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} e^{jk|x'|} \right) \quad (\text{A.65})$$

Desse resultado obtém-se

$$\mathcal{G}(x, 0) = \frac{-\frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} e^{jk|x|}}{1 + u_o \left( \frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} \right)} \quad (\text{A.66})$$

Então pode-se calcular a função de onda do sistema com a barreira de potencial.

$$\psi(x) = \phi(x) + \int \mathcal{G}(x, x') (u_o \delta(x') \phi(x')) dx' \quad (\text{A.67})$$

$$= \phi(x) + u_o \mathcal{G}(x, 0) \phi(0) \quad (\text{A.68})$$

$$= \phi(x) + u_o \phi(0) \frac{-\frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} e^{jk|x|}}{1 + u_o \left( \frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} \right)} \quad (\text{A.69})$$

Para  $x < 0$ .

$$\psi(x) = Ae^{jkx} + u_o A \frac{-\frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k}}{1 + u_o \left( \frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} \right)} e^{-jkx} \quad (\text{A.70})$$

Para  $x > 0$ .

$$\psi(x) = Ae^{jkx} + A \frac{-u_o \left( \frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} \right)}{1 + u_o \left( \frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} \right)} e^{jkx} = A \frac{1}{1 + u_o \left( \frac{j\mathbf{m}}{\hbar^2 k} \right)} e^{jkx} \quad (\text{A.71})$$

Obtem-se os coeficiente de reflexão e transmissão.

$$r = \frac{-u_o \left( \frac{j\omega}{\hbar^2 k} \right)}{1 + u_o \left( \frac{j\omega}{\hbar^2 k} \right)} \quad (\text{A.72})$$

$$t = \frac{1}{1 + u_o \left( \frac{j\omega}{\hbar^2 k} \right)} \quad (\text{A.73})$$

Note-se que,

$$|r|^2 + |t|^2 = 1 \quad (\text{A.74})$$

### Caso dependente do tempo

Considere-se o caso dependente do tempo.

$$\left[ j\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H(t) \right] \psi(x, t) = S(x, t) \quad (\text{A.75})$$

Semelhante ao caso anterior busca-se a resposta ao impulso.

$$\left[ j\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H(t) \right] \mathcal{K}(x, t; x', t') = j\hbar \delta(x - x') \delta(t - t') \quad (\text{A.76})$$

Note-se que a solução da equação de Schrödinger dependente do tempo é semelhante ao caso independente do tempo.

$$\psi(x, t) = \phi(x, t) + \frac{1}{j\hbar} \int \int \mathcal{K}(x, t; x', t') S(x', t') dx' dt'. \quad (\text{A.77})$$

Aplica-se o operador de Schrödinger na equação anterior para confirmar que é a solução.

Quando se considera o caso homogêneo em que o hamiltoniano não depende do tempo,  $H(t) = H$ , a solução é o propagador.

$$\left[ j\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H \right] U(t, t') = 0 \quad (\text{A.78})$$

Obtem-se,

$$U(t, t') = e^{-j \frac{H}{\hbar} (t-t')} \quad (\text{A.79})$$

Desse propagador constroi-se dois tipos de função de Green: retardada (emitida) e avançada (recebida).

$$\mathcal{G}_R(t, t') = \frac{-j}{\hbar} \theta(t - t') e^{-j \frac{H}{\hbar} (t-t')} \quad (\text{A.80})$$

$$\mathcal{G}_A(t, t') = \frac{-j}{\hbar} \theta(t' - t) e^{j \frac{H}{\hbar} (t-t')} \quad (\text{A.81})$$

Pode-se passar para o domínio da energia (frequência) com a transformada de Fourier.

$$G(\mathcal{E}) = \frac{1}{j\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{K}(x, t; 0, 0) dt \quad (\text{A.82})$$

Em particular,

$$G_+(\mathcal{E}) = \frac{1}{j\hbar} \int_0^{\infty} e^{j \frac{\mathcal{E} + j\eta - H}{\hbar} t} dt = - \left. \frac{e^{j \frac{\mathcal{E} + j\eta - H}{\hbar} t}}{\mathcal{E} + j\eta - H} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{\mathcal{E} + j\eta - H} \quad (\text{A.83})$$

### A.2.1 Equação de Landauer

Desenvolvida em 1957 para dois terminais, também conhecida como equação de Landauer-Büttiker quanto expandida para múltiplos terminais, é utilizada para estimar a condutância do dispositivo eletrônico balístico em que a condutância elétrica,  $G_e(\mathcal{E})$ , é diretamente proporcional à transmissão.

$$G_e(\mathcal{E}) = \frac{2e^2}{h} \sum_i T(\mathcal{E} - \mathcal{E}_i) = g_o \sum_i T(\mathcal{E} - \mathcal{E}_i) \quad (\text{A.84})$$

em que  $g_o = 1/12908$ ,  $h = 4,1357 \times 10^{-15} eV \cdot s$ ,  $\hbar = 6,5822 \times 10^{-16} eV \cdot s$ .

Essa expressão pode ser estimada a partir da expressão da densidade de corrente de deslocamento por unidade de área.

$$qNv = q \int f(\mathcal{E}) \frac{dN}{d\mathcal{E}} d\mathcal{E} \frac{d\mathcal{E}}{d\hbar k} \quad (\text{A.85})$$

$$= q \int \left( f(\mathcal{E}) 2 \frac{1}{2\pi} \frac{dk}{d\mathcal{E}} d\mathcal{E} \right) \frac{d\mathcal{E}}{d\hbar k} \quad (\text{A.86})$$

$$= 2q \int f(\mathcal{E}) \frac{1}{2\pi} d\mathcal{E} \frac{1}{\hbar} \quad (\text{A.87})$$

$$= 2 \frac{q}{h} \int f(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \quad (\text{A.88})$$

em que o fator 2 está associado à degenerescência magnética devido ao *spin*.

Se for considerado o fluxo para a direita menos o fluxo para a esquerda e passar da energia para o potencial eletroquímico.

$$I = qNv = 2 \frac{q^2}{h} \int [f_D(\mathcal{E}/q) - f_E(\mathcal{E}/q)] d\mathcal{E}/q \quad (\text{A.89})$$

Para obter a transmissão,  $T(\mathcal{E} - \mathcal{E}_i)$ , pode-se utilizar a técnica da função de Green. Considere-se um fio quântico,  $C$ , unidimensional acoplado a dois terminais ou reservatórios: esquerda,  $E$ , e direito,  $D$ .

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E} - H_{EE} & -H_{EC} & 0 \\ -H_{CE} & \mathcal{E} - H_{CC} & -H_{CD} \\ 0 & -H_{DC} & \mathcal{E} - H_{DD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{EE} & G_{EC} & G_{ED} \\ G_{CE} & G_{CC} & G_{CD} \\ G_{DE} & G_{DC} & G_{DD} \end{pmatrix} = \mathbf{I} \quad (\text{A.90})$$

Calcula-se a inversa da matriz referente à equação de Schrödinger para obter a matriz da função de Green.

Para a parte central,

$$-H_{CE}G_{EC} + (\mathcal{E} - H_{CC})G_{CC} - H_{CD}G_{DC} = 1 \quad (\text{A.91})$$

$$(\mathcal{E} - H_{EE})G_{EC} - H_{EC}G_{CC} = 0 \quad (\text{A.92})$$

$$-H_{DC}G_{CC} + (\mathcal{E} - H_{DD})G_{DC} = 0 \quad (\text{A.93})$$

Reescreve-se,

$$-H_{CE}G_{EC} + (\mathcal{E} - H_{CC})G_{CC} - H_{CD}G_{DC} = 1 \quad (\text{A.94})$$

$$G_{EC} = (\mathcal{E} - H_{EE})^{-1} H_{EC} G_{CC} = G_{EE}^o H_{EC} G_{CC} \quad (\text{A.95})$$

$$G_{DC} = (\mathcal{E} - H_{DD})^{-1} H_{DC} G_{CC} = G_{DD}^o H_{DC} G_{CC} \quad (\text{A.96})$$

Obtem-se

$$G_{CC} = \frac{1}{(\mathcal{E} - H_{CC}) - H_{CE}G_{EE}^o H_{EC} - H_{CD}G_{DD}^o H_{DC}} \quad (\text{A.97})$$

$$= \frac{1}{(\mathcal{E} - H_{CC}) - \Sigma_E - \Sigma_D} \quad (\text{A.98})$$

em que  $\Sigma_E = H_{CE}G_{EE}^o H_{EC}$  e  $\Sigma_D = H_{CD}G_{DD}^o H_{DC}$ .

Para estimar a corrente é necessário obter o fluxo de probabilidade.

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2m} (\psi^* \hat{p}_{op} \psi - \psi \hat{p}_{op} \psi^*) \quad (\text{A.99})$$

em que  $\hat{p}_{op} = -j\hbar\nabla$ .

Portanto é necessário obter a função de onda.

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E} - H_{EE} & -H_{EC} & 0 \\ -H_{CE} & \mathcal{E} - H_{CC} & -H_{CD} \\ 0 & -H_{DC} & \mathcal{E} - H_{DD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_E \\ \Psi_C \\ \Psi_D \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A.100})$$

A obtenção da expressão do fluxo de probabilidade fica facilitado pela equação da conservação das partículas.

$$\frac{d\Psi_C^\dagger \Psi_C}{dt} + \nabla \cdot \mathcal{J} = 0 \quad (\text{A.101})$$

Integra-se sobre o volume e aplica-se o teorema da divergência.

$$\int \nabla \cdot \mathcal{J} dV = \int \mathcal{J} dS \implies \mathcal{J}_E + \mathcal{J}_D = 0 \quad (\text{A.102})$$

No estado estacionário a densidade de probabilidade é constante. Considere-se a parte central.

$$0 = \frac{d\Psi_C^\dagger \Psi_C}{dt} \quad (\text{A.103})$$

$$= \frac{1}{j\hbar} \Psi_C^\dagger [H_{CE}\Psi_E + H_{CC}\Psi_C + H_{CD}\Psi_D] - \frac{1}{j\hbar} [\Psi_E^\dagger H_{EC} + \Psi_C^\dagger H_{CC} + \Psi_D^\dagger H_{DC}] \Psi_C \quad (\text{A.104})$$

$$= \frac{1}{j\hbar} [\Psi_C^\dagger H_{CE}\Psi_E + \Psi_C^\dagger H_{CD}\Psi_D] - \frac{1}{j\hbar} [\Psi_E^\dagger H_{EC}\Psi_C + \Psi_D^\dagger H_{DC}\Psi_C] \quad (\text{A.105})$$

$$= \frac{1}{j\hbar} [\Psi_C^\dagger H_{CE}\Psi_E - \Psi_E^\dagger H_{EC}\Psi_C] + \frac{1}{j\hbar} [\Psi_C^\dagger H_{CD}\Psi_D - \Psi_D^\dagger H_{DC}\Psi_C] \quad (\text{A.106})$$

Da equação de Schrödinger tem-se que,

$$\Psi_E = G_{EE}^o H_{EC} \Psi_C \quad (\text{A.107})$$

$$\Psi_C = G_{CC}^o (H_{CE}\Psi_E + H_{CD}\Psi_D) \quad (\text{A.108})$$

$$\Psi_D = G_{DD}^o H_{DC} \Psi_C \quad (\text{A.109})$$

Escreve-se a função de onda no terminal esquerdo como composta por duas componentes: incidente e refletida.

$$\Psi_E = \Psi_E^I + \Psi_E^R \quad (\text{A.110})$$

Assume-se que a onda incidente  $\Psi_E^I$  é auto-estado do hamiltoniano do terminal esquerdo.

$$(\mathcal{E} - H_{EE})\Psi_E^I = 0 \quad (\text{A.111})$$

A parte central recebe apenas a onda transmitida pelo lado esquerdo.

$$\Psi_E = \Psi_E^I + G_{EE}^o H_{EC} G_{CC} H_{CE} \Psi_E^I \quad (\text{A.112})$$

$$\Psi_C = G_{CC} H_{CE} \Psi_E^I \quad (\text{A.113})$$

$$\Psi_D = G_{DD}^o H_{DC} G_{CC} H_{CE} \Psi_E^I \quad (\text{A.114})$$

Conclui-se que



$$\mathcal{J}_E = \frac{1}{j\hbar} \left[ \Psi_C^\dagger H_{CE} \Psi_E - \Psi_E^\dagger H_{EC} \Psi_C \right] \quad (\text{A.115})$$

$$= -\mathcal{J}_D \quad (\text{A.116})$$

$$= \frac{j}{\hbar} \left( \Psi_C^\dagger H_{CD} \Psi_D - \Psi_D^\dagger H_{DC} \Psi_C \right) \quad (\text{A.117})$$

Ao usar a expressão para  $\mathcal{J}_D$  pode-se escrever o fluxo em termos da onda incidente. Substitui-se as expressões da função de onda.

$$\mathcal{J}_E = \frac{j}{\hbar} \Psi_E^{I\dagger} H_{EC} G_{CC}^\dagger H_{CD} \left( G_{DD}^o - G_{DD}^{o\dagger} \right) H_{DC} G_{CC} H_{CE} \Psi_E^I \quad (\text{A.118})$$

$$\text{Define-se } \Gamma_D = j H_{CD} \left( G_{DD}^o - G_{DD}^{o\dagger} \right) H_{DC} = j \left( \Sigma_D - \Sigma_D^\dagger \right).$$

$$\mathcal{J}_E = \frac{1}{\hbar} \left( \Psi_E^{I\dagger} H_{EC} G_{CC}^\dagger \Gamma_D G_{CC} H_{CE} \Psi_E^I \right) \quad (\text{A.119})$$

O coeficiente de transmissão está relacionado com a função de Green. Faz-se o mesmo processo para uma onda incidente pelo terminal direito. Assume-se que cada elétron propaga como partícula livre. Não há interação. Todos os estados são independentes e a probabilidade de estar ocupado é definida pela função de Fermi-Dirac. Então pode-se calcular a corrente elétrica balística.

$$I_E = \frac{1}{\hbar} \sum_k \left( \Psi_{E,k}^{I\dagger} H_{EC} G_{CC}^\dagger \Gamma_D G_{CC} H_{CE} \Psi_{E,k}^I \right) f_E(\mathcal{E}_{E,k}) \quad (\text{A.120})$$

Introduz-se a identidade  $\sum_n \Psi_{C,n}^o \Psi_{Cn,n}^{o\dagger} = 1$ .

$$I_E = \frac{1}{\hbar} \sum_k \sum_q \left( \Psi_{E,k}^{I\dagger} H_{EC} \Psi_{C,n}^o \right) \left( \Psi_{Cn,n}^{o\dagger} G_{CC}^\dagger \Gamma_D G_{CC} H_{CE} \Psi_{E,k}^I \right) f_E(\mathcal{E}_{E,k}) \quad (\text{A.121})$$

Os termos entre parentêses são números. Portanto comutam.

$$I_E = \frac{1}{\hbar} \sum_k \sum_q \left( \Psi_{Cn,n}^{o\dagger} G_{CC}^\dagger \Gamma_D G_{CC} H_{CE} \Psi_{E,k}^I \right) f_E(\mathcal{E}_{E,k}) \left( \Psi_{E,k}^{I\dagger} H_{EC} \Psi_{C,n}^o \right) \quad (\text{A.122})$$

$$I_E = \frac{1}{\hbar} \sum_q \Psi_{Cn,n}^{o\dagger} G_{CC}^\dagger \Gamma_D G_{CC} H_{CE} \left( \sum_k \Psi_{E,k}^I \Psi_{E,k}^{I\dagger} f_E(\mathcal{E}_{E,k}) \right) H_{EC} \Psi_{C,n}^o \quad (\text{A.123})$$

Utiliza-se a identidade.

$$f_E(\mathcal{E}_{E,k}) = \int \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}_{E,k}) f_E(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \quad (\text{A.124})$$

Tem-se que

$$\Gamma_E(\mathcal{E}) = 2\pi H_{CE} \left( \sum_k \Psi_{E,k}^I \Psi_{E,k}^{I\dagger} \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}_{E,k}) \right) H_{EC} \quad (\text{A.125})$$

$$I_E = \frac{1}{\hbar} \int \sum_q \Psi_{Cn,n}^{o\dagger} G_{CC}^\dagger \Gamma_D G_{CC} \Gamma_E \Psi_{C,n}^o f_E(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \quad (\text{A.126})$$

Define-se.

$$T(\mathcal{E}) = \text{Tr} \left[ G_{CC}^\dagger \Gamma_D G_{CC} \Gamma_E \right] = \sum_q \Psi_{Cn,n}^{o\dagger} G_{CC}^\dagger \Gamma_D G_{CC} \Gamma_E \Psi_{C,n}^o \quad (\text{A.127})$$

em que  $\Gamma_E = j(\Sigma_E - \Sigma_E^\dagger)$  e  $\Gamma_D = j(\Sigma_D - \Sigma_D^\dagger)$ .

$$I_E = \frac{1}{\hbar} \int T(\mathcal{E}) f_E(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \quad (\text{A.128})$$

$$I = I_E + I_D = \frac{2e}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} T(\mathcal{E}) [f_E(\mathcal{E}) - f_R(\mathcal{E})] d\mathcal{E} \quad (\text{A.129})$$

### A.3 Identidades matemáticas

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x') dx' = 1 \quad (\text{A.130})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x') \delta(x - x') dx' = f(x) \quad (\text{A.131})$$

$$\frac{d\theta(x)}{dx} = \delta(x) \quad (\text{A.132})$$

Par de Fourier:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{jk(x-x')} dk = 2\pi\delta(x - x') \quad (\text{A.133})$$

Exemplos:

$$\mathcal{G}(r, r') = -\frac{1}{4\pi|r - r'|} \quad (\text{A.134})$$

Prova:

Assume-se que a função e a derivada são nulas no infinito e calcule-se a transformada direta de Fourier.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} \mathcal{G}(r) \right] e^{-jkr} dr = -k^2 G(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(r) dr = 1 \quad (\text{A.135})$$

Calcula-se a transformada inversa de Fourier. Como se trata de um problema esférico a transformada tem que ser realizada no espaço tridimensional.

$$\mathcal{G}(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_V \left[ \frac{-1}{k^2} \right] e^{jkr} d^3k = -\frac{1}{4\pi r} \quad (\text{A.136})$$

Pode-se fazer  $\frac{1}{4\pi r} \rightarrow \frac{e^{-\eta r}}{4\pi r}$ . Depois faz-se o limite em que  $\eta = 0$ .

$$\int \left[ \frac{e^{-\eta r}}{4\pi r} \right] e^{-jkr \cos \theta} 2\pi r^2 \sin \theta dr d\theta = \frac{1}{j2k} \int_0^{\infty} e^{j(k+j\eta)r} - e^{-j(k-j\eta)r} dr \quad (\text{A.137})$$

$$= \frac{1}{j2k} \left[ \frac{1}{\eta - jk} - \frac{1}{\eta + jk} \right] \quad (\text{A.138})$$

$$= \frac{1}{k^2 + \eta^2} \quad (\text{A.139})$$

em que  $d^3r = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ .

Q.E.D.

$$\mathcal{G}(r, r') = -\frac{jm}{\hbar^2 k} e^{jk|r-r'|} \quad (\text{A.140})$$

$$\mathcal{G}(r, r') = -\frac{e^{jk|r-r'|}}{4\pi|r - r'|} \quad (\text{A.141})$$

$$\mathcal{G}(t, t') = e^{j\frac{\epsilon}{\hbar}(t-t')} \quad (\text{A.142})$$

Outro exemplo de função de Green para o ente quântico livre.

$$\mathcal{G}_{o,\pm}(x, t; x', t') = \pm \theta(\pm(t - t')) \left( \frac{m}{j2\pi\hbar t} \right)^{1/2} e^{j\frac{m(x-x')^2}{2\hbar t}} \quad (\text{A.143})$$

Para o sinal positivo tem-se a função de Green retardada ou emitida,  $G_{o,+} = G_{o,R}$ , em que os polos estão associados às energias positivas. Para o sinal negativo tem-se a função de Green avançada ou recebida,  $G_{o,-} = G_{o,A}$ , em que os polos estão associados às energias negativas.

No domínio da energia tem-se que a função de Green retardada ou emitida,

$$G_{o,R}(\mathcal{E}) = \frac{1}{\mathcal{E} - (\mathcal{E}_n - j\eta)} \quad (\text{A.144})$$

Função de Green avançada ou recebida,

$$G_{o,A}(\mathcal{E}) = \frac{1}{\mathcal{E} - (\mathcal{E}_n + j\eta)} \quad (\text{A.145})$$

## Bibliografia

1. J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, John Wiley & Sons, New York, 1999).
2. William J. Herrera, Herbert Vinck-Posada, Shirley Gómez Páez, *Green's functions in quantum mechanics courses*, arXiv:2017.14104v1 [physics.ed-ph] (2021).
3. Robert G. Littlejohn, *Green's functions in quantum mechanics*, Physics 221B, Universidade da Califórnia em Berkeley (2020).
4. Jeff Schueler, *Green's functions and their applications to quantum mechanics*, 15 páginas (2011).
5. Henrik Bruus, Karsten Flensberg, *Introduction to quantum field theory in condensed matter physics*, Niels Bohr Institute, Copenhagen, 410 páginas (2001).
6. Gregory S. Adkins, *Three-dimensional Fourier transforms, integrals of spherical Bessel functions, and novel delta function identities*, arXiv:1302.1830v1 [math-ph] (2013).
7. Longwen Zhou, *Notes on steady state current through discrete-level quantum systems*, arXiv:1704.04733v3 [cond-mat.mes-hall] (2017).

# Biografia

## EDVAL J. P. SANTOS

obteve o título de Doutor em Filosofia Natural (Ph.D.) em Engenharia Elétrica, com tese em Microeletrônica, pela Cornell University (Ithaca-NY/EUA) em 1994. Ele é *Student Alumnus* da *Semiconductor Research Corporation*, EUA. Ele realizou Pós-Doutorado em Nanoeletrônica na Université Catholique de Louvain (Louvain-La-Neuve/Bélgica) em 1996. Obteve o título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica (MSEE) pela Yale University (New Haven-CT/EUA) em 1989. Obteve o Mestrado em Física pela Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, em 1987. Formou-se Engenheiro Eletrônico pela UFPE em 1984, com Láurea. Concluiu o segundo grau (científico) no Colégio Militar de Salvador e o primeiro grau (ginásio) no Colégio Militar do Recife. Nasceu em Aracaju, estado de Sergipe. Atualmente é Professor Titular de Engenharia na UFPE.

Em 1996, ele criou o Laboratório de Dispositivos e Nanoestruturas para pesquisa e desenvolvimento em projeto, modelagem, fabricação e caracterização de sensores e circuitos integrados. Em 2012, ele criou o Núcleo de Engenharia na Escala Nanométrica,  $NE^2N$ , ambos na UFPE.

Em 1993, foi pesquisador assistente na *National Nanofabrication Facility* na Cornell University, onde desenvolveu catódos frios em GaAs e teste de estruturas para microeletromecânica.. Em 1996, trabalhou no desenvolvimento de dispositivos mesoscópicos no Laboratório de Microeletrônica da Université Catholique de Louvain (Bélgica) como pesquisador convidado. Trabalhou no Centro de Componentes Semicondutores da Unicamp. Trabalhou no Laboratório de Microeletrônica do DF/UFPE no desenvolvimento de células solares, MOSFETs, dispositivos OAS (SAW) e filmes finos para fotônica. Em 1998, trabalhou no Instituto de Problemas da Tecnologia de Microeletrônica da Academia Russa de Ciências como pesquisador convidado. Em 2011, foi pesquisador visitante do Instituto Tyndall (Cork/Irlanda). Ao longo desse período submeteu diversos pedidos de patente. É o autor da primeira patente de invenção obtida pelo escritório de patentes da UFPE, PI0204519-2, intitulada *Equipamento eletrônico para monitoramento da concentração de componentes em combustíveis líquidos*, submetida em 2002, aprovada em 2016. Feito elogiado pela Câmara Municipal de Recife com um **Voto de Aplauso**. Apresentou palestras convidadas em diversos países: Argentina, Brasil, Colômbia, México, Peru e Rússia.

Ele tem vasta experiência em ensino, tendo sido professor na UFPE desde 1993. Também participou de atividades de ensino na Universidade de Yale e de na Universidade de Cornell, em disciplinas de Física, Eletrônica e Ciências dos Materiais. Ele também é autor do livro intitulado *Nanotecnologia Eletrônica* e do livro intitulado *Método científico: uma introdução*. Foi coordenador de sete cursos de especialização e coordenador do curso de pós-graduação em Engenharia Biomédica (2016-2020).

Seu principal interesse de pesquisa é na convergência entre nanoeletrônica, sensores e instrumentação. Seus interesses atuais incluem nanoeletrônica: modelagem e nanofabricação, sensores inteligentes integrados (piezoelétrico, resistivo, capacitivo, microeletromecânico): materiais, circuitos e sistemas, instrumentação.

Dr. Santos é membro do IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) - EUA, desde 1987. Em 2005, fundou um Capítulo da IEEE-*Electron Devices Society* em Recife. Em 2011, passou a ser um Capítulo em conjunto IEEE-*Solid-State Circuits Society*. Ele é membro da *American Vacuum Society* do *Institute of Physics* - EUA, desde 1989. Foi membro da Sociedade Brasileira de Microeletrônica - SBMicro, 1994-2008. Foi conselheiro da SBMicro entre 2005 e 2007. Em 2002, foi nomeado *Senior Member* do IEEE. De 2008 a 2013, atuou como palestrante (*Distinguished Lecturer*) do IEEE-EDS.