PROBABILIDADE E PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

DINTER UEA-UFPE

I LISTA

1) Mostre que B-A e $B \cap A^c$ são idênticos.

2) A diferença simétrica é definida por $A \Delta B := (A-B) \cup (B-A)$.
Mostre que $A \Delta B = A \cup B - A \cap B$.

3) Prove que se os eventos A e B são mutuamente exclusivos, e se ambos P(A) e P(B) são positivos, então A e B são dependentes.

4) Mostre que para quaisquer eventos A e B disjuntos, então $P(A) \leq P(B^c)$. (Kolmogorov).

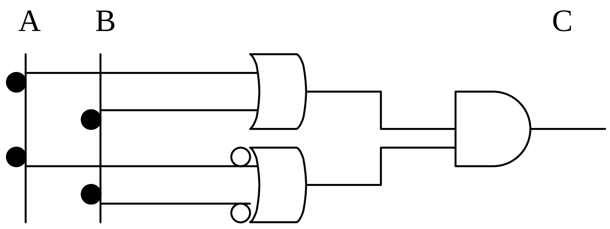
5) Prove que $\forall A, B \subseteq \Omega$, tem-se $P(A \cap B) \leq P(A \cup B)$. (Kolmogorov).

6) Se A e B são eventos certos, calcule $P(A \cap B)$.

7) Mostre que $A \cap (B \Delta C) = A \cap B \Delta A \cap C$. (distributividade)

8) Deduza usando Axiomas de Kolmogorov e conseqüências, $P(A \Delta B) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$

9) Considere um espaço amostral binário S={0,1} e dois eventos A e B = {0} ou {1}, com P(A={1})=P(B={1})=0,5. Se o evento C é obtido como mostrado na figura abaixo, calcule a probabilidade de C={1}. Avalie também usando a definição clássica.



10) Mostre que se $\mathcal{F}_1$ e $\mathcal{F}_2$ são álgebras, então a classe definida por
$\mathcal{F} := \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2 = \{A \subset \Omega \mid A \in \mathcal{F}_1 \text{ e } A \in \mathcal{F}_2\}$ também é uma álgebra.

11) Se $\{A_k\}$ é uma seqüência disjunta, mostre que o lim A_k existe e é igual a $\emptyset$, conjunto vazio.

12) Se $\{A_k\}$ é uma seqüência de conjuntos e $D_1 = A_1$, $D_{n+1} = D_n \Delta A_n$, então lim D_n existe se e somente se lim $A_n = \emptyset$.