PROBABILIDADE E PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

DINTER UEA-UFPE

II LISTA

) Seja $\left\{A_n := \left(\frac{n}{n+1}, \frac{n}{n-1}\right)\right\}_{n=1}^{\infty}$ uma seqüência infinita de conjuntos abertos definidos na reta real. Ache A= lim A_n.

2) Prove que se lim A_k existe, então lim A_k^c também existe.

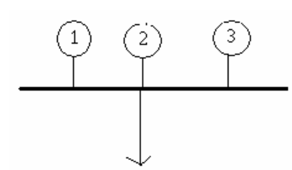
3) Seja $A_n := \{m \in N \mid m \neq n\}$. Construa a seqüência A_n e avalie lim A_n, (se existir).

4) Dado o conjunto $\{A_k\}$, k=1,...n, de eventos com probabilidades P(A_k)=p_k, se $\overline{p} := \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} p_k$ é a média aritmética das probabilidades na classe, demonstre que $P(\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k) \leq \overline{p}$ e $P(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k) \geq \overline{p}$.

5) Considere um jogo de um disco no qual gira um ponteiro. Define-se θ como o ângulo entre o ponteiro zero (0^o fixo) e a extremidade da seta. A medida de probabilidade usada é $P(0 \leq \theta < \theta_0) = \theta_0 / 2\pi$. Calcule a probabilidade $P(0 \leq \theta < \pi/2 \mid \theta = \theta_0)$

6) Considere n eventos independentes $\{A_k\}$ com probabilidades P(A_k)=p_k.. Encontre a probabilidade da: a) ocorrência de pelo menos um deles. b) ocorrência de exatamente um deles, não importando qual.

7) Considere uma usina com três unidade geradoras idênticas e independentes de 10 MW cada. Denotando por P e Q as probabilidades dos eventos {gerador permanecer em operação} e {fora de serviço por saída forçada}, encontre as possíveis disponibilidades de potência na linha e as suas respectivas probabilidades.



8) Se μ é uma medida definida em $\mathfrak{F}$ e A um conjunto fixo da σ-álgebra, mostre que a função de conjunto λ definida por $\lambda(E) := \mu(A \cap E)$ ∀ E ∈$\mathfrak{F}$ é uma medida sobre $\mathfrak{F}$. Qual a relação entre este resultado e a teoria de probabilidades?

9) Considere cinco lotes armazenados em um laboratório, cada lote com 200, 100, 300, 50 e 100 chips. Sabe-se que 1%, 10%, 1%, 2% e 5% dos respectivos lotes apresentam algum defeito. Escolha um dos lotes e retire um CI ao acaso para uma montagem. a) qual a probabilidade do CI estar com defeito? b) Dado que o componente foi testado pelo técnico do laboratório e foi constatado que ele tinha defeito, qual a probabilidade deste CI ser proveniente do lote 3.

10) Um assinante de uma central pode se comunicar através de dois percursos alternativos. A probabilidade de congestionamento do primeiro enlace é de 5% e do segundo enlace, de 2%. Sabe-se que quando o 2º enlace está congestionado, a probabilidade do primeiro também star é de 10%. Determine a probabilidade de o assinante obter linha livre.

11) Um lote de 100 peças é empacotado após a linha de montagem. A probabilidade de que uma das peças manufaturadas tenha defeito é de 10%. a) Qual a probabilidade que o número de peças defeituosas em um pacote não exceda 4? b) Recalcule usando o Teorema de De Moivre-Laplace.

12) Uma família tem duas crianças. Assuma que o nascimento de meninos/meninos ocorre equiprovavelmente, e que o sexo de uma criança é estatisticamente independente do sexo da outra. a) qual a probabilidade de que a 2ª criança seja menino, sabendo-se que a primeira criança é menino? b) Dado que a família tem pelo menos um menino, qual a probabilidade de que a outra criança seja também um menino?

13) Em um sistema de comunicações binárias, um símbolo θ é transmitido e um símbolo X é observado. Suponha que a distribuição de probabilidades *a priori* é $P(\theta=0)=\pi_0$ e $P(\theta=1)=\pi_1$, e que as probabilidades de transição $\{P(X|\theta)\}$ são dadas. Determine as probabilidades:
a) dos símbolos de saída b) a posteriori $P(\theta|X)$ c) Se x=0, sob que condições $P(\theta=0|X)>P(\theta=1|X)$?

14) Uma variável aleatória tem densidade de probabilidade de Rayleigh, $p(r)=\dfrac{r}{\sigma^2}e^{-r^2/2\sigma^2}u(r)$. Determine e esboce a distribuição de probabilidade. Calcule em função de σ^2 o valor de r^* para o qual $\Pr(R>r^*)=1/e$.

15) O tempo de vida de uma lâmpada é modelado por uma variável aleatória exponencial de parâmetro *a*. Determine a função de distribuição de probabilidade da variável tempo de vida da lâmpada. A probabilidade do tempo de vida exceder 200 h é de $e^{-1}=0{,}368$. Calcule t^* tal que $P(T<t^*)=10\%$.

16) Um provedor atende dois usuários e as variáveis que caracterizam o tempo necessário para a execução dos serviços tem densidade

$$f(x,y)=Ke^{-(3x+2y)}u(x)u(y)\,.$$

Sabe-se que quando um serviço é solicitado, a probabilidade que a solicitação venha do 1º usuário é 60%. a) Calcule K. b) Determine a probabilidade que a execução de um serviço requeira mais de 0,5 seg. c) Calcule a probabilidade que a solicitação venha do 1º usuário, sabendo que a execução demandou tempo maior que 0,5 s.