

## Filtros Lineares Passivos

Apenas com elementos passivos, tais como capacitores, resistores e indutores.

A utilização de elementos ativos permite a construção de filtros ativos

=> implementação feita com auxílio de AMP-OPs de modo a não incluir indutores.

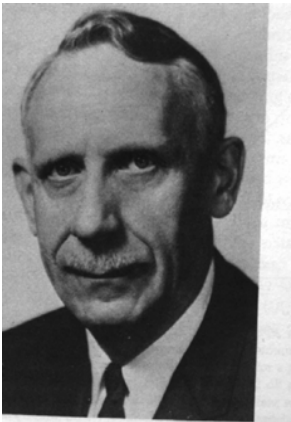





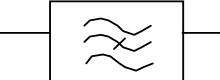
Figura- H.W. Bode, Pioneiro em Realimentação e Estabilidade.

## Existem quatro tipos de filtros:

- filtros passa-faixa (LPFs),
- filtros passa-alta (HPFs),
- filtros passa-faixa (BPFs)
- filtros rejeita-faixa (BSFs).

As características ideais

Tabela- Tipos de filtros lineares.

Tipo de Filtro	Função de Transferência	Representação
LPF ideal	$H(\omega) = k \prod \left( \frac{\omega}{2\omega_B} \right) e^{-j\omega t_0}$	
HPF ideal	$H(\omega) = k \left( 1 - \prod \left( \frac{\omega}{2\omega_B} \right) \right) e^{-j\omega t_0}$	
BPF ideal	$k \left( \prod \left( \frac{\omega - \omega_0}{2\omega_B} \right) e^{j\omega_0 t_0} + \prod \left( \frac{\omega + \omega_0}{2\omega_B} \right) e^{-j\omega_0 t_0} \right) e^{-j\omega t_0}$	
BSF ideal	$k \left( 1 - \prod \left( \frac{\omega - \omega_0}{2\omega_B} \right) - \prod \left( \frac{\omega + \omega_0}{2\omega_B} \right) \right) e^{-j\omega t_0}$	

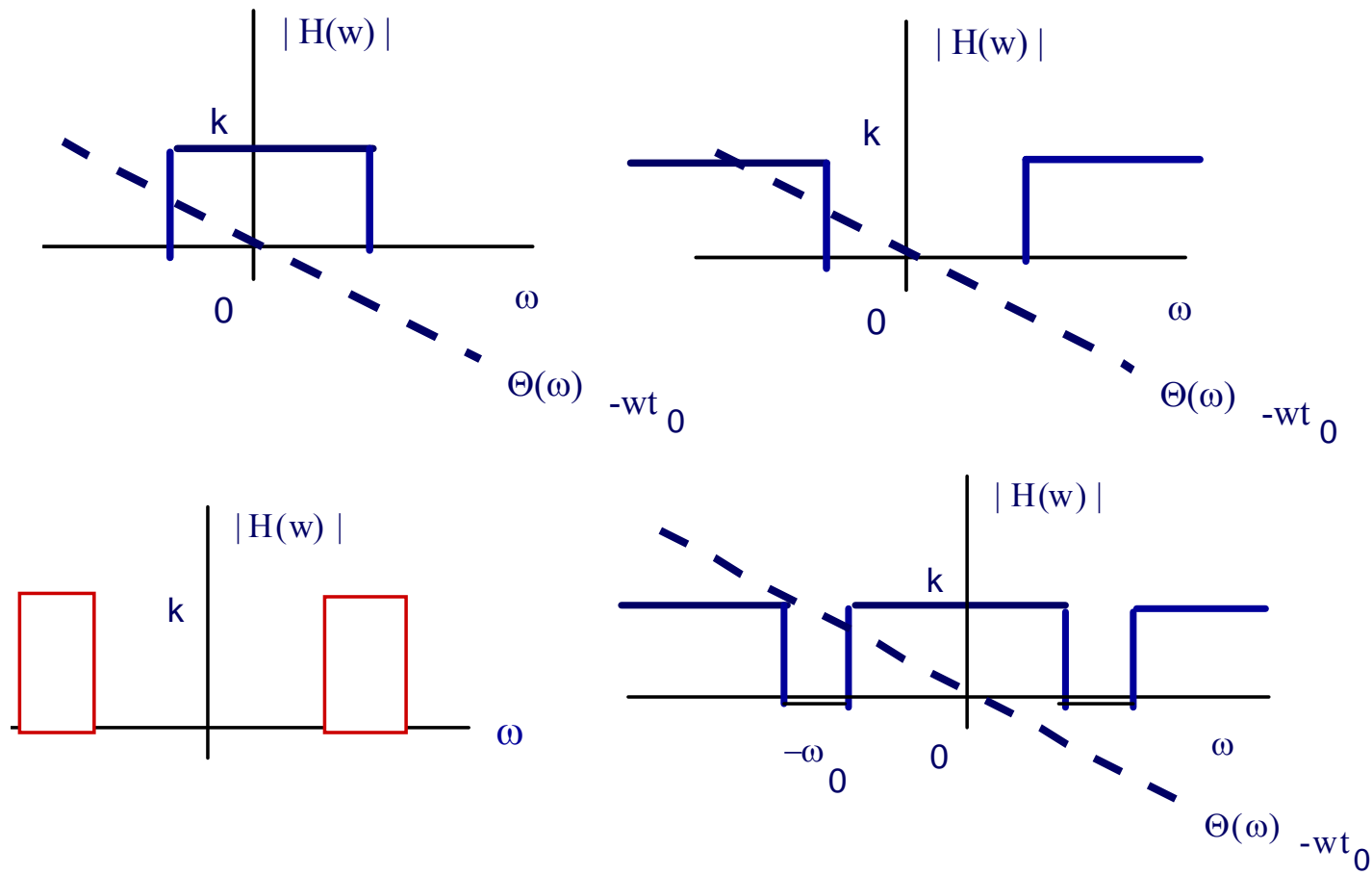


Figura- Filtros ideais tipo LPF, HPF, BPF e BSF.

integradores (LPF)       $H(w)=1/jw$

derivadores (HPF)       $H(w)=jw$

Filtros causais podem ser empregados para aproximar, tão bem quanto se deseje, este comportamento.

As três classes de filtros realizáveis:

- Filtros de **Butterworth**,
- Filtros de **Tchebyshev**
- Filtros de **Bessel**

A estratégia: LPF "**normalizado**" de uma destas classes.

A partir deste filtro: "*Transformação de de-normalização*".

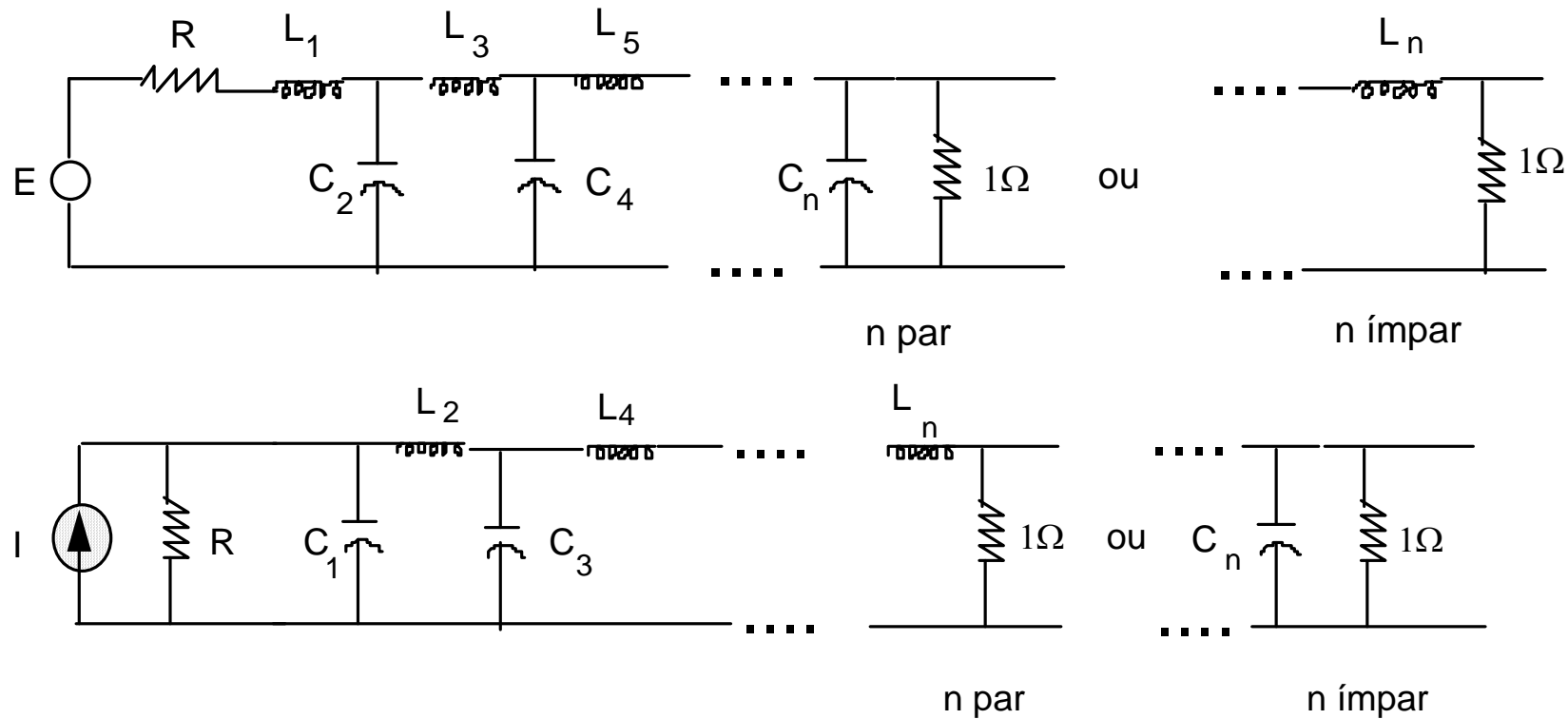
Em outras palavras, a realização de um LP, HP, BP ou BS pode ser implementada aplicando-se uma transformação de frequência a um LP normalizado (ponto de partida de todos os projetos).

Os LPFs estudados são redes contendo somente pólos, com função de transferência racional, do tipo

$$H(s) = \frac{k}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0},$$

A função de transferência descrita pode ser usada para implementar diferentes filtros, dependendo da escolha dos  $a_n$ 's: Butterwoth, Tchebyshev, Bessel, Cauer, Gegenbauer, Elíptico, Síncrono, Gaussiano, entre outros.

funções de transferência racionais do tipo  $P(s)/Q(s)$



Os filtros de Butterworth e Tchebyshev correspondem a aproximações realizáveis da função de transferência ideal, i.e.,  $|H(\omega)| = \Pi(\omega/2)$ , que não é causal.

aproximações para um resposta com magnitude  $|H(w)|$  retangular

$$|H(w)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \psi_n^2(w)}},$$

em que  $\varepsilon \leq 1$  é um número real positivo e  $\psi_n(w)$  é um polinômio de ordem  $n$  contendo apenas potências pares (ou potências ímpares) do argumento  $w$ .

## **Filtros de Butterworth**

Filtros desta classe são obtidos escolhendo-se  $\varepsilon=1$  e  $\psi_n(w)=w^n$



$$|H(w)| = \frac{1}{\sqrt{1 + w^{2n}}}.$$

Independente de  $n$ , tem-se  $|H(0)|=1$  e  $|H(1)|=1/\sqrt{2}$ .

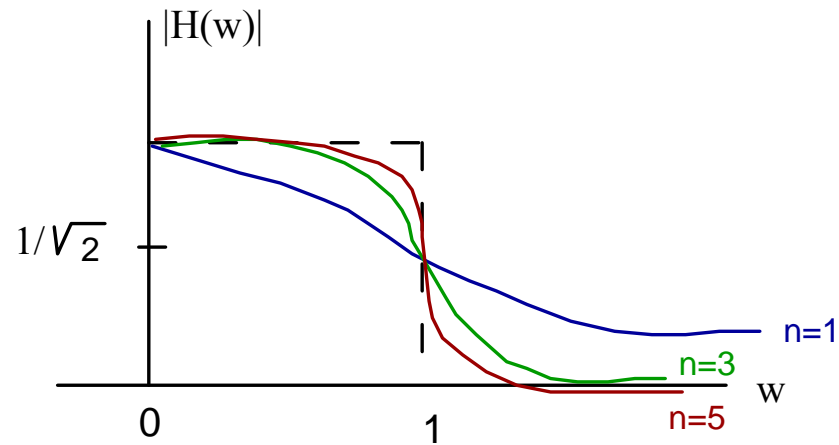


Figura- Filtros de Butterworth (diversas ordens  $n$ ).

Para um filtro de ordem  $n$ , as  $n$  primeiras derivadas de  $|H(w)|$  são nulas na origem  $w=0$ ,

$$\left. \frac{d^k |H(w)|}{dw^k} \right|_{w=0} = 0, \quad 1 \leq k \leq n.$$

*(Maximally flat).*

Para um filtro de 2ª ordem,

$$|H(w)| = \frac{1}{\sqrt{1+w^4}} \quad |H(w)|^2 = \frac{1}{1+w^4}.$$

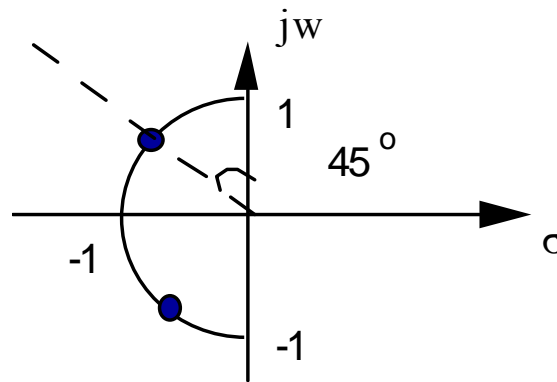
Substituindo  $s \leftarrow jw$  e  $s^2 \leftarrow -w^2$ , tem-se:

$$H(s).H(-s) = \frac{1}{1+s^4}.$$

As raízes do polinômio do denominador (pólos) são  $-\frac{\sqrt{2}}{2} \pm j\frac{\sqrt{2}}{2}$  e  $\frac{\sqrt{2}}{2} \pm j\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Associando os pólos do semi-plano esquerdo à  $H(s)$  para que o filtro seja realizável, obtém-se

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}.$$



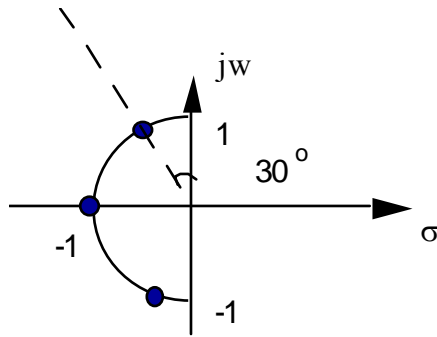
Para um filtro de ordem 3, obtém-se  $H(s).H(-s) = \frac{1}{1-s^6}$ .

As raízes do denominador são  $\pm 1$ ,  $-\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$  e  $\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Logo, o filtro de Butterworth de 3ª ordem apresenta uma função de transferência dada por

$H(w) = \frac{1}{1-2w^2 + j(2w - w^3)}$ , e a resposta impulsional correspondente é:

$$H(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

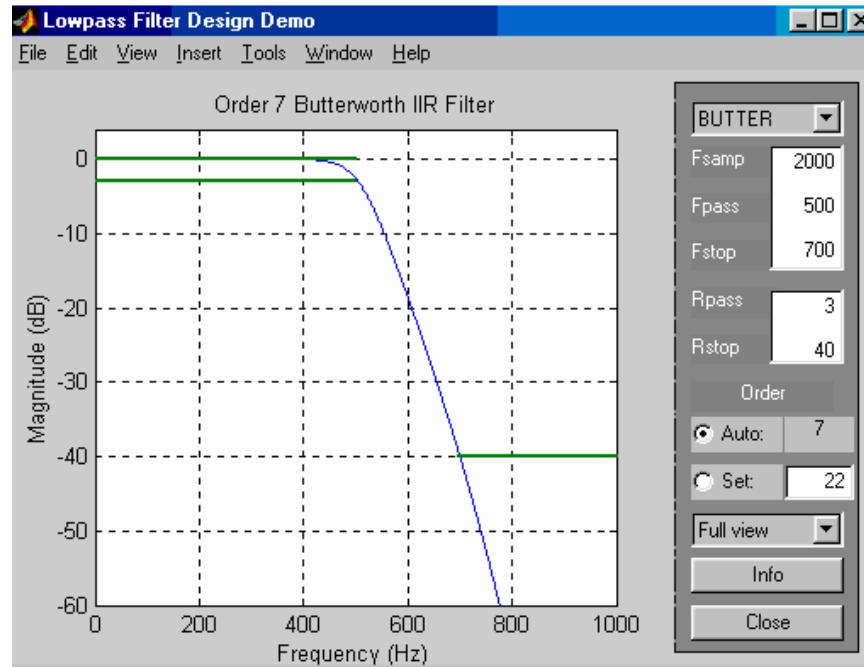


$$h(t) = \left\{ e^{-t} - \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-t/2} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} t + 30^\circ\right) \right\} u(t)$$

Os polinômios obtidos no denominador das funções  $H(s)$  são conhecidos como "***Polinômios de Butterworth***" e são tabelados.

Para  $n=4$ :

$$H(s) = \frac{1}{s^4 + 2,613s^3 + 3,414s^2 + 2,613s + 1}.$$



## LUGAR GEOMETRICO

1. pólos caem sobre *uma circunferência de raio unitário*, centrada na origem e espaçadas de  $\pi/n$  rad.
2. Os dois pólos mais próximos do eixo imaginário  $j\omega$  estão afastados de  $\pi/2n$  deste eixo.

Os pólos da função  $H(s)$  de um Butterworth de ordem  $n$ , no caso geral, são  $\sigma_k + jw_k$ :

$$\begin{cases} \sigma_k = -\operatorname{sen}(2k-1)\frac{\pi}{2n} \\ w_k = \operatorname{cos}(2k-1)\frac{\pi}{2n} \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

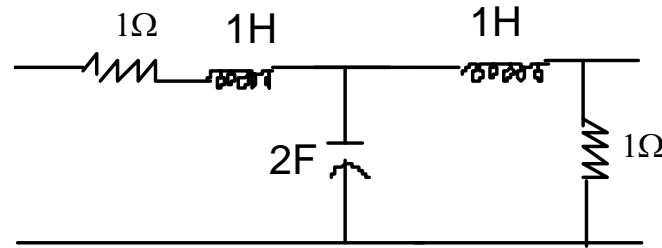
e obedecem  $\sigma_k^2 + w_k^2 = 1$ .

A ordem de grandeza das capacitâncias e indutâncias envolvidas não devem preocupar: De fato, este é um filtro normalizado, com frequência de corte em 0.15915494581.. Hz! (1 rd/s).



n=2

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$



n=3

$$H(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

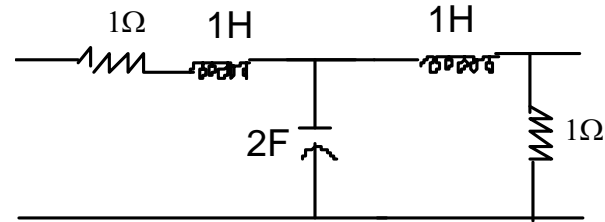


Figura- Exemplos de filtros de Butterworth (ordem 2 e 3).

## Filtros de Chebyshev

aproximação de eqüi-ondulação para a unidade dentro da banda de passagem => os polinômios de Chebysev, Pafnuti Tchebycheff (1821-1894).

$$|H(w)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2(w)}},$$

$$T_n(w) = \begin{cases} \cos(n \cos^{-1} w) & \text{para } |w| \leq 1, \\ \cosh(n \cosh^{-1} w) & \text{para } |w| \geq 1. \end{cases}$$

O valor de  $\varepsilon$  determina a altura da ondulação (*ripple*).

parâmetro especificado é a atenuação máxima permitida dentro da banda de passagem,  $A_{máx}$ ,

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1A_{máx}} - 1}.$$

Tipicamente, a ondulação máxima assumida é de 0,1 dB ou 0,01 dB dentro da banda de passagem.

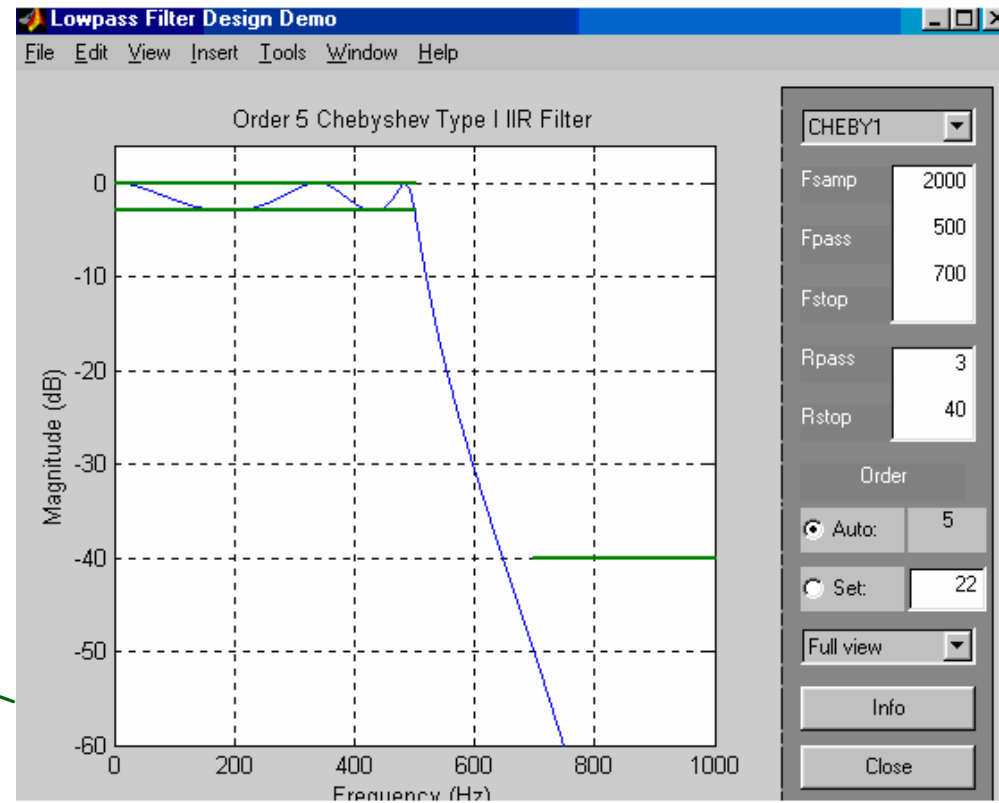
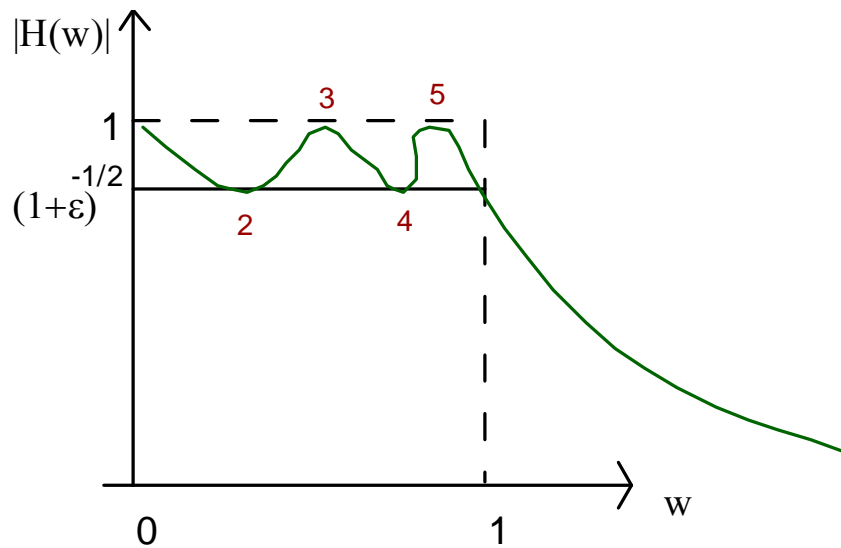


Figura- Magnitude da função de transferência de um filtro de Chebyshev.

A frequência de corte do filtro (3 dB) é obtida impondo  $|H(w_c)|=1/ \sqrt{2}$ , isto é,  $\epsilon^2 T_n^2(w_c) = 1$ .

Substituindo  $T_n(w)$  e lembrando que  $w_c > 1$ ,

$$w_c = \cosh \left[ \frac{1}{n} \cosh^{-1} \frac{1}{\varepsilon} \right].$$

A função de transferência pode ser obtida escrevendo:

$$H(s) \cdot H(-s) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(s)},$$

Os pólos dos filtro de Tchebyshev são  $\sigma_k + j\omega_k$

$$\begin{aligned}\sigma_k &= -\operatorname{senh}\left(\frac{1}{n} \operatorname{senh}^{-1} \frac{1}{\varepsilon}\right) \operatorname{sen}\left(2k-1\right) \frac{\pi}{2n} \\ w_k &= \operatorname{cosh}\left(\frac{1}{n} \operatorname{senh}^{-1} \frac{1}{\varepsilon}\right) \operatorname{cos}\left(2k-1\right) \frac{\pi}{2n}\end{aligned} \quad k=1,2,\dots,n-1,$$

e obedecem:

$$\frac{\sigma_k^2}{\operatorname{senh}^2 \zeta} + \frac{w_k^2}{\operatorname{cosh}^2 \zeta} = 1, \quad \text{com } \zeta = \frac{1}{n} \operatorname{senh}^{-1} \frac{1}{\varepsilon}.$$

Os pólos caem portanto sobre uma elipse inscrita a circunferência de raio unitário (após a normalização do corte).

Um filtro de 3ª ordem com  $\varepsilon=0,1$  apresenta frequência de corte  $w_c=1,5404$  rd/s e os eixos são  $\operatorname{senh} \zeta = 1,1743$  e  $\operatorname{cosh} \zeta = 1,5424$ .

Os três pólos da função de transferência não normalizada são -1,1743 e  $-0,5871 \pm j 1,3357$ .

- filtro normalizado ( $w_c=1$ ), basta dividir o valor de todos os pólos por  $w_c$ .

No exemplo

$$H(s) = \frac{k}{(s + 0,7623)(s^2 + 0,7622s + 0,8971)}.$$

Outras famílias de filtros realizáveis podem ser obtidas pela escolha de  $\psi_n(w)$ , e.g., os filtros elípticos, em que  $\psi_n(w)=U_n(w)$  é a função Jacobiana elíptica etc.

## Filtros de Bessel

Trata-se de uma aproximação realizável de um filtro que introduz um retardo puro normalizado  $t_0 = 1$  seg,  $H(\omega) = e^{-j\omega t_0}$ . A técnica introduzida por Storch consiste em usar a relação

$$H(s) = \frac{1}{e^s} = \frac{1}{shs + chs.}$$

Truncando a expressão de  $\cot ghs$  após  $n$  termos, o resultado é uma função racional em  $s$ :

$$\cot ghs = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s} + \frac{1}{\frac{5}{s} + \frac{1}{\frac{7}{s} + \frac{1}{\dots}}}} = \frac{ch s}{sh s}.$$



O numerador está associado com  $\text{sh } s$  e o denominador à  $\text{sh } s$ .

A soma "numerador+denominador" = aproximação polinomial para o denominador de  $H(s)$ .

Exemplo: filtro de 3ª ordem:

$$\cot gh s \approx \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s} + \frac{1}{\frac{5}{s}}} = \frac{6s^2 + 15}{s^3 + 15s}.$$

Logo  $\text{sh } s + \text{ch } s \leftarrow k'(s^3+6s^2+15s+15)$  e a função de transferência procurada é:

$$H(s) = \frac{k}{s^3 + 6s^2 + 15s + 15}.$$

O valor de k é selecionado de maneira que  $H(0)=1$ .

Logo:

$$H(w) = \frac{15}{-jw^3 - 6w^2 + 15jw + 15}.$$

Este método conduz a um retardo de grupo o mais plano possível em  $w=0$ , independentemente da ordem do truncamento da série de potências.

Os polinômios do denominador de  $H(s)$  são os polinômios de Bessel e podem ser encontrados pela seguinte fórmula recursiva:

$$B_n(s) = (2n - 1)B_{n-1}(s) + s^2 B_{n-2}(s), \quad \text{com } B_0(s)=1 \text{ e } B_1(s)=s+1.$$

## Polinômios de Butterworth, Tchebyshev e Bessel.

**Tabela.** Alguns Polinômios Especiais de ordem inferior a 5.

Butterworth	Tchebyshev	Bessel
$s+1$	$s$	$s+1$
$s^2+1,4142s+1$	$2s^2-1$	$s^2+3s+3$
$s^3+2s^2+2s+1$	$4s^3-3s$	$s^3+6s^2+15s+15$
$s^4+2,6131s^3+3,4142s^2+2,6131s+1$	$8s^4-8s^2+1$	$s^4+10s^3+43s^2+105s+105$
$s^5+3,2361s^4+5,2361s^3+5,2361s^2+3,2361s+1$	$16s^5-20s^3+5s$	$s^5+15s^4+105s^3+402s^2+945s+945$

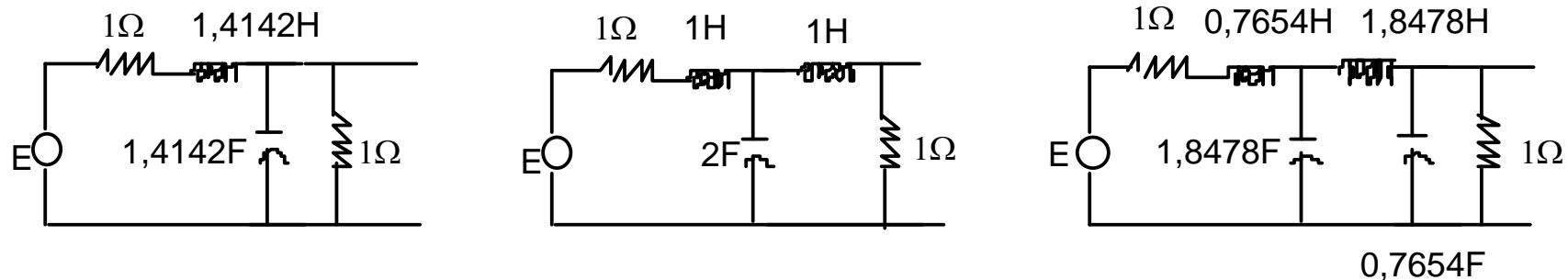


Figura- Filtros normalizados de Butterworth de ordem 2, 3 e 4, respectivamente.

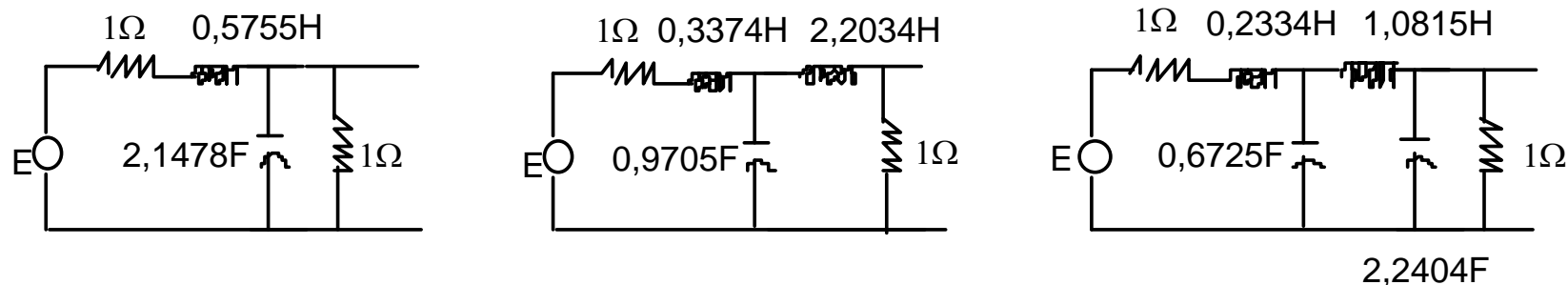


Figura- Filtros normalizados de Bessel de ordem 2, 3 e 4, respectivamente.

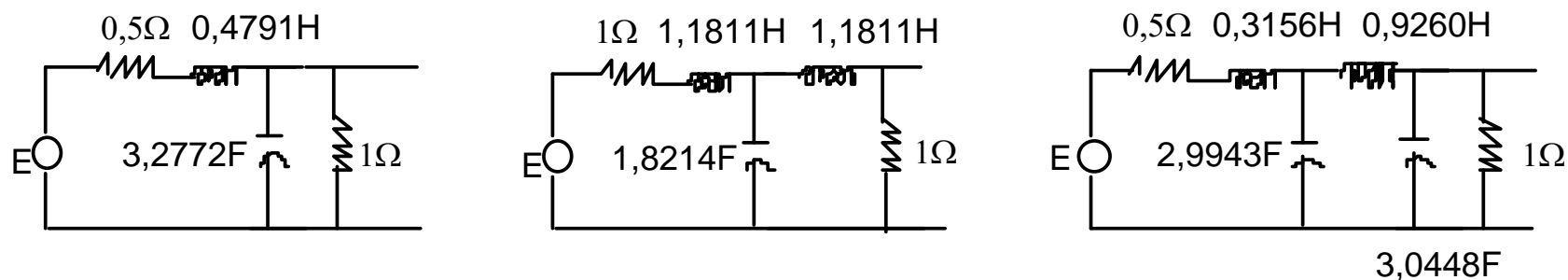


Figura- Filtros normalizados de Chebyshev de ordem 2, 3 e 4, respectivamente.(ondulação 0,01 dB)

## Transformações de de-normalização.

O Projeto de filtros LPF, HPF, BPF ou mesmo BSF é realizado empregando transformações de denormalização sobre os filtros normalizados LPF.

A operação consiste na substituição de cada elemento passivo (indutores, capacitores, resistores) do filtro normalizado por novo(s) elemento(s) passivo(s) encontrados de acordo com o tipo de transformação.

$f_c$  ← frequência de corte do filtro

$R_r$  ← resistência de-normalizada de carga

$f_1$  e  $f_2$  ← frequência de corte baixa e alta, respectivamente.

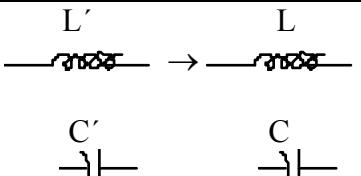
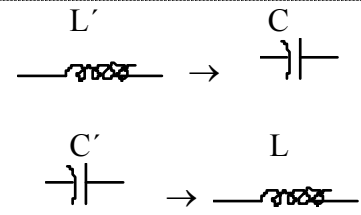
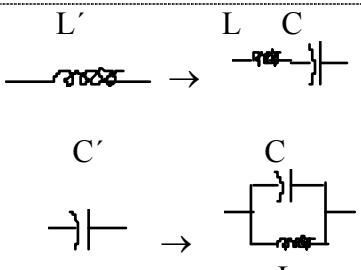
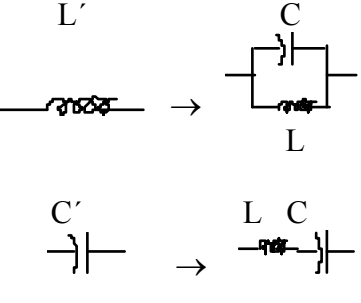
$f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$  ← frequência central - média geométrica das frequências de corte

$a = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$  ← Inverso da banda passante relativa (fator de qualidade)

---

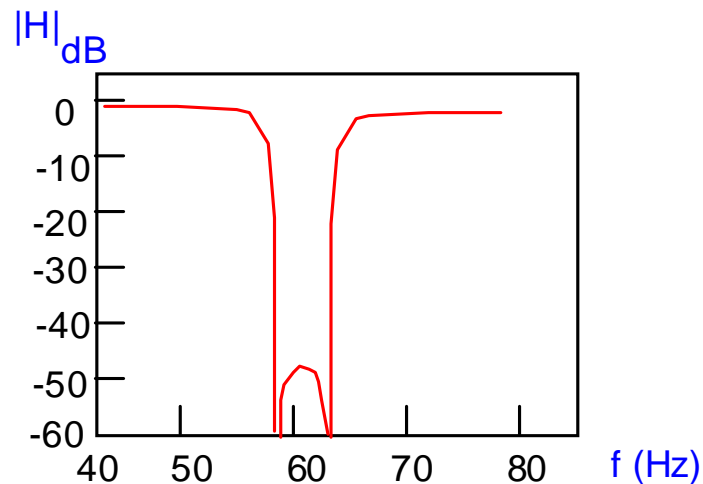
Tipo de conversão	Transformação	Efeitos s/ impedâncias individuais	Novos Elementos
-------------------	---------------	------------------------------------	-----------------

---

N-LPF → LPF	$\frac{s}{w_c} \leftarrow s$		$L = \frac{L' R_r}{w_c}$ $C = \frac{C'}{R_r w_c}$
N-LPF → HPF	$\frac{w_c}{s} \leftarrow s$		$C = \frac{1}{L' R_r w_c}$ $L = \frac{R_r}{C' w_c}$
N-LPF → BPF	$a \left( \frac{s}{w_c} + \frac{w_c}{s} \right) \leftarrow s$		$L = a L' R_r / w_c$ $C = \frac{1}{a L' R_r w_c}$ $C = a C' \frac{1}{R_r w_c}$ $L = \frac{1}{a C'} \frac{R_r}{w_c}$
N-LPF ∅ BSF	$\frac{1}{a \left( \frac{s}{w_c} + \frac{w_c}{s} \right)} \leftarrow s$		$L = \frac{L' R_r}{a w_c}$ $C = \frac{a}{L' R_r w_c}$ $C = \frac{C}{a} \frac{1}{R_r w_c}$ $L = \frac{a}{C'} \frac{R_r}{w_c}$

Como regra empírica (prática) no projeto de BPFs, deve ser requerido que o fator de qualidade  $Q=f_0/B$  seja mantido nos limites  $10 < Q < 100$ .

Entre os BSF's, os mais usados são banda estreita (NBSF- *Notch filter*) que procuram suprimir uma dada frequência (normalmente interferência). Abaixo vê-se o diagrama de atenuação (Bode) para um filtro supressor de 60 Hz.



Filtro supressor (notch) 60 Hz.



## Filtros de Nyquist

Cosseno elevado (cosseno levantado)

Uma família de filtros (ou modelos de canais lineares) de enorme interesse prático nas transmissões digitais apresenta funções de transferência cujos espectros são ditos "cosseno rolado" (*full-cosine roll-off*).

A equação geral para a função de transferência destes filtros é expressa por:

$$|H(w)| = \begin{cases} H(0) & 0 < |w| < (1 - \alpha)w_0 \\ \frac{H(0)}{2} \left( 1 - \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} \left( \frac{|w| - w_0}{\alpha w_0} \right) \right) & (1 - \alpha)w_0 < |w| < (1 + \alpha)w_0 \\ 0 & |w| > (1 + \alpha)w_0 \end{cases},$$

$\Theta(w) = -j\omega t_0$ , defasamento suposto linear.

## FILTROS DE NYQUIST (Observando duas escolhas:)

### I. PULSOS

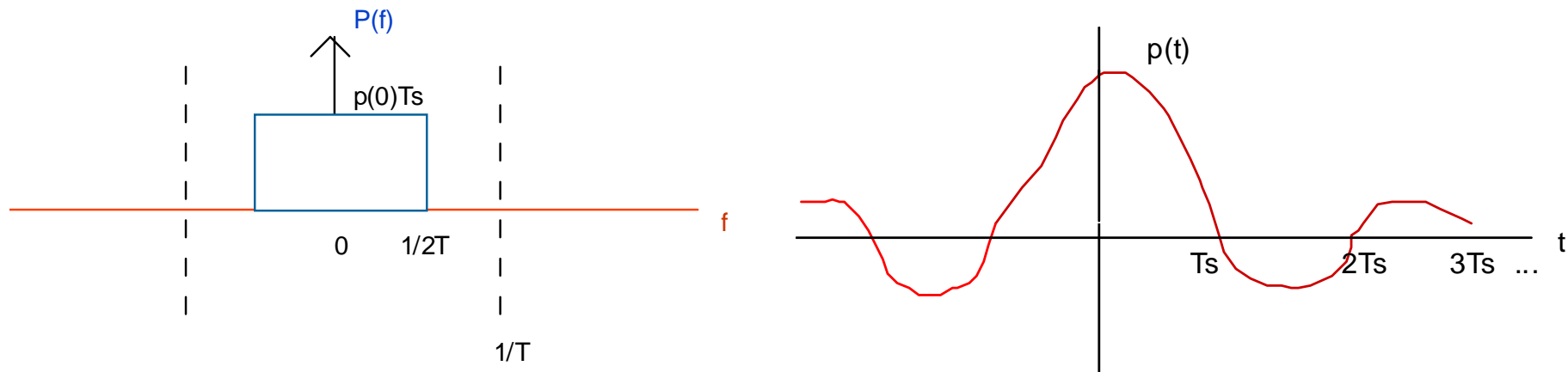


Figura- resposta ao impulso de filtros sem ISI.

A resposta impulsional do filtro acima corresponde a um pulso  $p(t)$  determinado facilmente com o auxílio de propriedades da Transformada de Fourier:

Se  $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$  então  $F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$ .

Escolhendo os parâmetros  $\tau = 2\pi / T_s$  e  $A = p(0)T_s$ , obtém-se:

$$p(t) = p(0) \frac{\text{sen}(\pi t / T_s)}{\pi t / T_s}$$

Estes filtros apresentam alguns problemas:

1. filtros irrealizáveis,
2. sensíveis ao tremor de fase (*jitter*)
3. decaimento lento favorecendo a interferência intersimbólica.

## II. COSSENO ELEVADO (Nyquist)

$0 \leq \alpha \leq 1$  fator de rolamento

$$P(f) = \begin{cases} \frac{p(0)T_s}{2} \left( 1 - \operatorname{sen} \frac{\pi T_s}{\alpha} \left( |f| - \frac{1}{2T_s} \right) \right) & 0 < |f| < \frac{1-\alpha}{2T_s} \\ 0 & \frac{1-\alpha}{2T_s} < |f| < \frac{1+\alpha}{2T_s} \\ & |f| > \frac{1+\alpha}{2T_s} \end{cases} .$$

A resposta impulsional  $p(t) \leftrightarrow P(f)$  do filtro NYQUIST pode ser determinada:

$$p(t) = p(0) \cdot \frac{\operatorname{sen} \pi t / T_s}{\pi t / T_s} \cdot \frac{\cos \alpha \pi t / T_s}{1 - (2\alpha t / T_s)^2} .$$

## Comentários:

- **Quando  $\alpha=0$ , o filtro reduz-se ao caso anterior.**
- Há um decrescimento tanto mais rápido quanto menor for  $\alpha$ .
- Este filtro não é realizável; mas pode ser aproximado através de filtros realizáveis.

Na prática, o que usar? São empregados filtros com fator de *rolloff* pequeno:

*rolloff*=0,125 MODEM 4.800 bps

*rolloff*=0,09375 MODEM 19.200 bps

*rolloff*=0,35 MODEM celular digital IS-54

Como  $0 \leq \alpha \leq 1$ , a banda passante de um filtro de Nyquist tipo cosseno rolado está restrita entre  $f_0$  (correspondente à banda mínima) e  $2f_0$ .

O parâmetro  $\alpha$  é referido como fator de debordamento (*fator de rolamento*), pois ele determina em quanto a banda excede o valor mínimo  $f_0$ , i.e, o quanto o espectro "rola" para fora da função que corresponde ao filtro ideal de espectro retangular.

Em particular:

$\alpha=0 \Rightarrow$  LPF ideal

$\alpha=1 \Rightarrow$  cosseno elevado (*raised- cosine*)

$$H(\omega) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi \omega}{2 \omega_0}\right) \right] \Pi\left(\frac{\omega}{2 \omega_0}\right) e^{-j\omega t_0},$$

cuja resposta impulsional retardado  $t_0$  a parte é dada por:

$$h(t) = 2f_0 \frac{\cos(2\pi f_0 t)}{1 - 4f_0^2 t^2} \text{Sa}(2\pi f_0 t).$$

A resposta impulsional retardado excluído corresponde à:

$$h(t) = H(0) \text{Sa}(\omega_0 t) \frac{\cos(\alpha \omega_0 t)}{1 - (2\alpha t \omega_0 / \pi)^2}.$$

Estes filtros tem enorme importância no controle da Interferência Intersimbólica.  
Implementações atualmente são realizadas com filtros digitais, e.g FIR 48 *taps*.

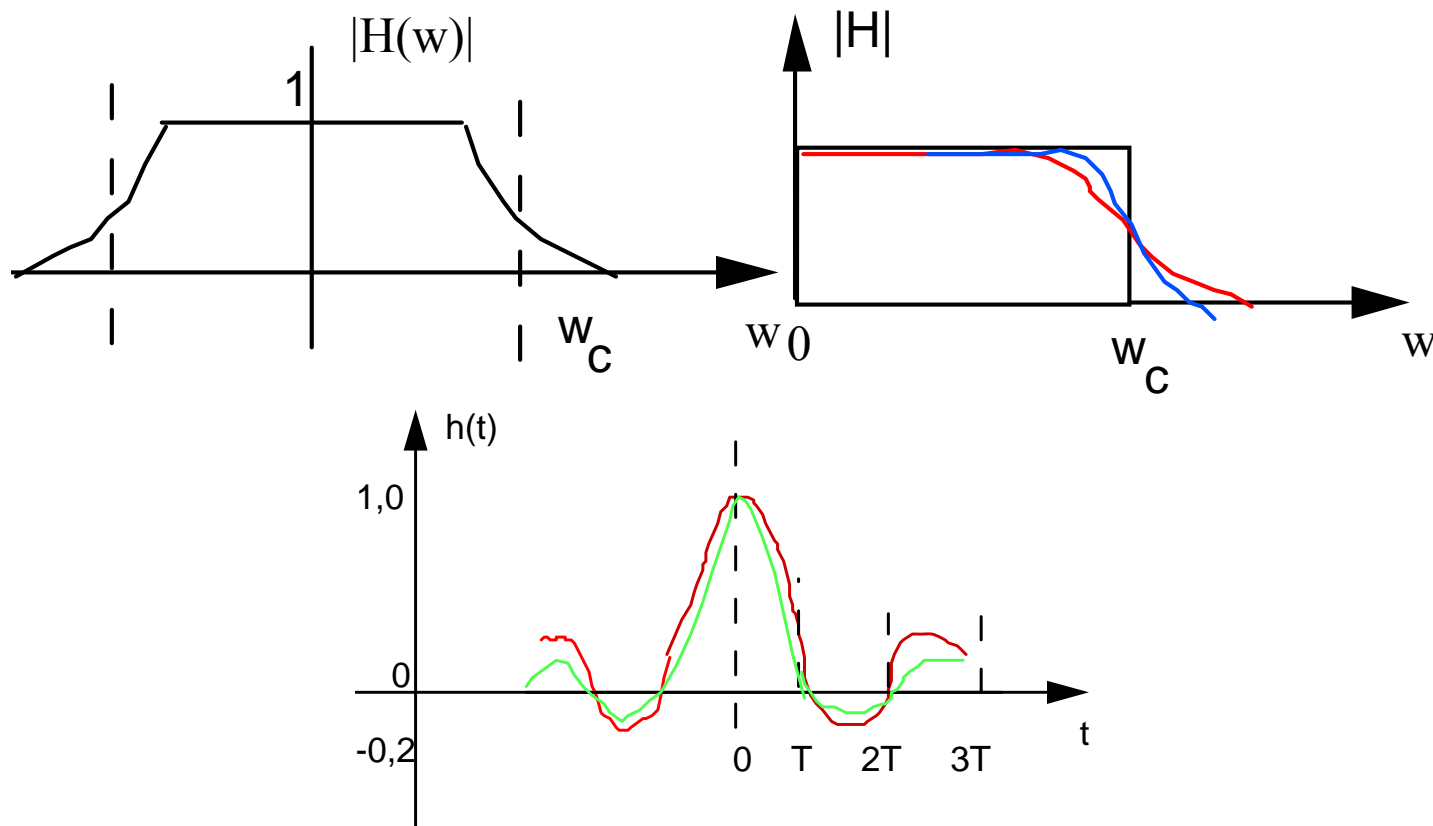


Figura- Pulsos Cosseno Elevado (Nyquist): Espectro e Rsposta Impulsional.



Para filtros de Nyquist com fator de rolamento  $\alpha$ , o espectro estende-se até  $\frac{1 + \alpha}{T_s}$  (1/Ts bauds sendo a taxa de sinalização).

Pode-se empregar equalizadores com o espaçamento entre as derivações em  $T_s/(1+\alpha)$ .

$\alpha=1,0$	tem-se T/2-FSE
$\alpha=0,5$	tem-se 2T/3-FSE
$\alpha=0,33$	tem-se 3T/4-FSE.

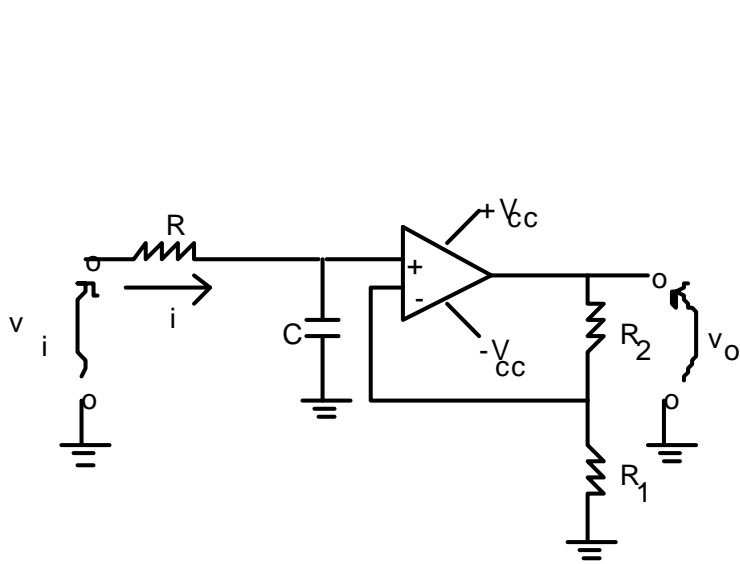
## Filtros Ativos Lineares

filtro passivo  $\Rightarrow |H(\omega)| \leq 1$

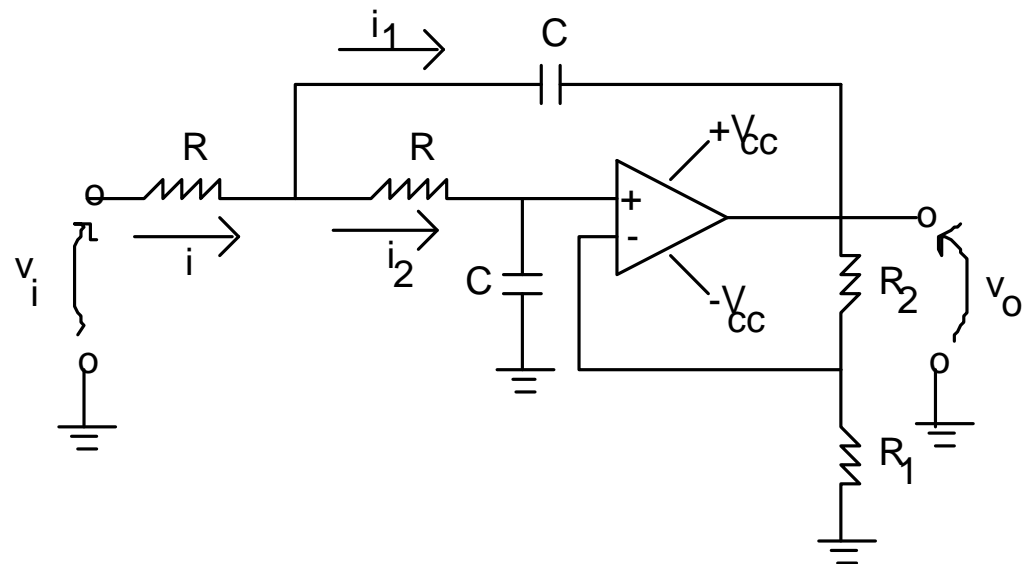
O ganho inferior à unidade significa que os filtros apresentam apenas perdas (atenuação e não amplificação).

A inclusão de um AMP-OP permite a implementação evitando indutores, podendo até fornecer ganho real, contrastando com os filtros passivos.

O ajuste dos elementos permite adaptar a função de transferência gerando o filtro desejado.

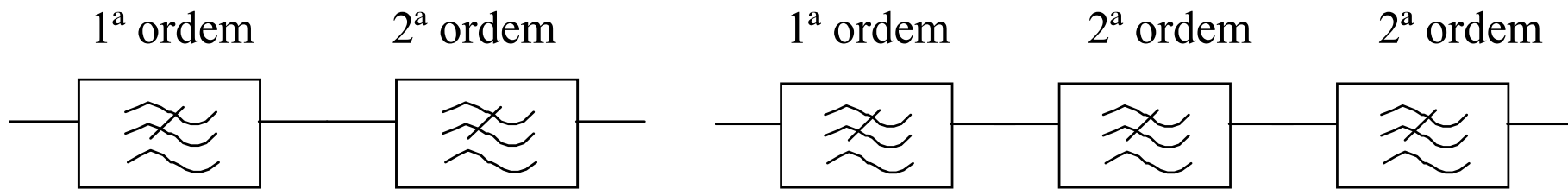


$$H_1(s) = \frac{1}{sRC\phi + \phi}$$



$$H_2(s) = \frac{1}{(sRC)^2\phi + (3\phi - 1)RCs + \phi}$$

Figura- Filtros ativos de 1ª e 2ª ordem e respectivas funções de transferência.



Filtro de 3ª ordem (atenuação 60 dB/ década)    Filtro de 5ª ordem (atenuação 100 dB/ década)

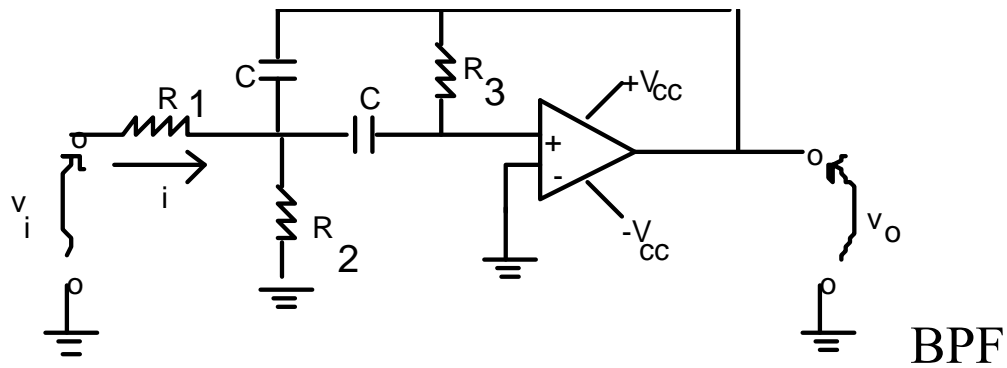
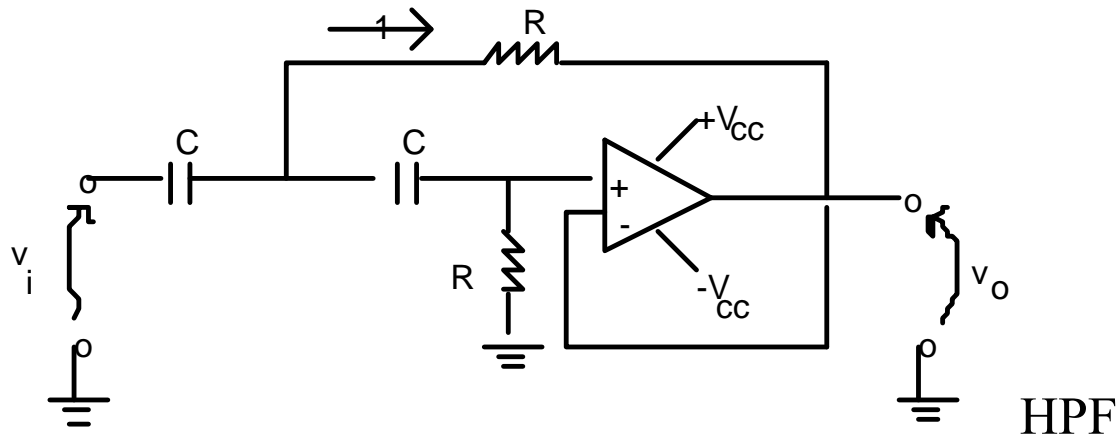
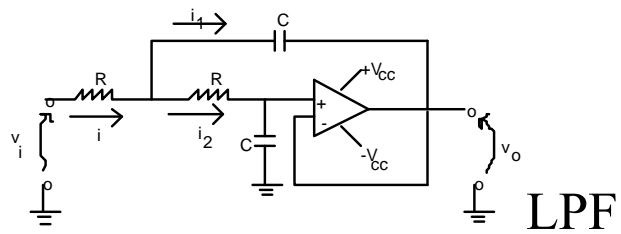


Figura- Exemplos de implementação de filtros ativos (LPF,HPF,BPF).

Os filtros ativos em CIs, e.g., AF 150, LMF 100 e MF4 e MF10 da *National Semiconductors*.

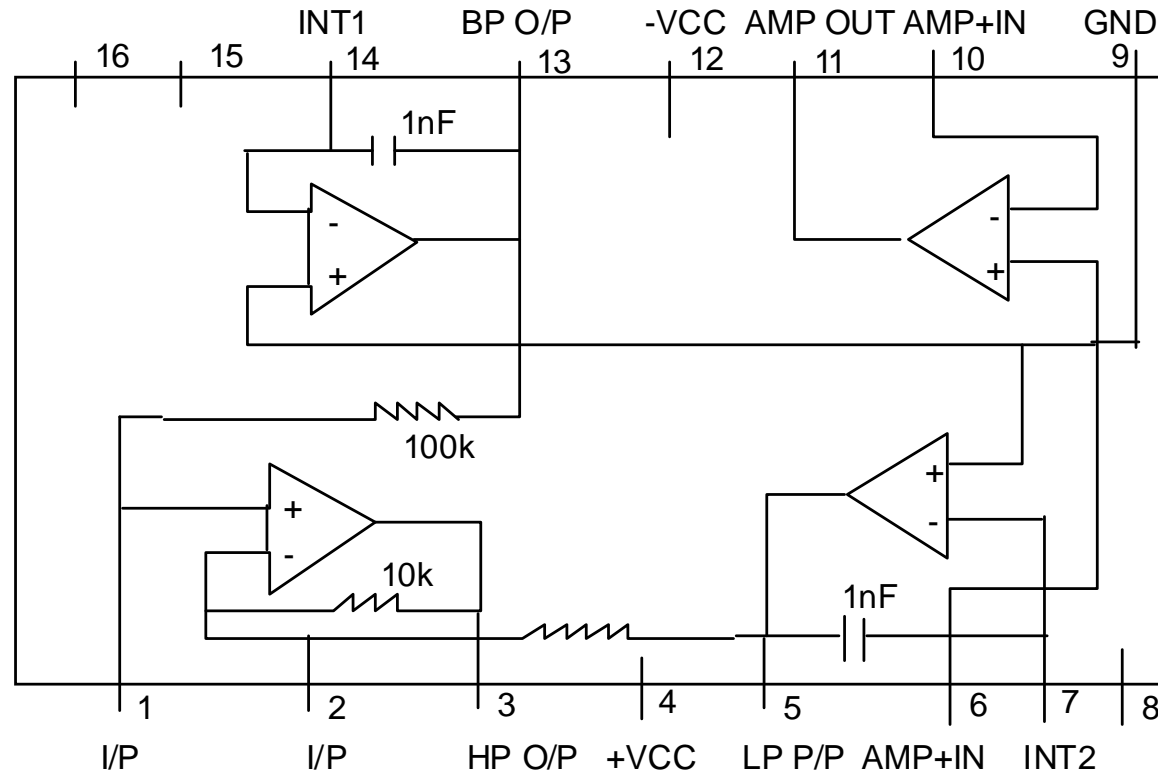


Figura- Configuração de CI filtro ativo universal (LPF, HPF ou BPF) AF100.

Resistores externos normalmente são tomados com tolerância 5%, sendo os valores fabricados tabelados abaixo (em  $\Omega$  ou múltiplos  $\times 1k$ ):

10,11,12,13,15,16,18,20,22,24,27,30,33,36,39,43,47,51,56,62,68,75,82,91,100,  
110,120,130,150,160,180,200,220,240,270,300,330,360,390,430,470,510,160,180,200  
220,240,270,300,330,360,390,430,470,510,560,620,680,750,820,910,1k  
1k1,1k2,1k3,1k5,1k6,1k8,2k,2k2,2k4,2k7,3k...

## FILTROS DIGITAIS

diminuição do custo dos DSPs e aumento da capacidade (MIPS).

Neste caso, emprega-se a Transformada  $Z$  ao invés da Transformada  $S$  de Laplace.

Existem duas classes de filtros digitais:

- Filtros com Resposta ao Impulso Finita (FIR) e
- Filtros com Resposta ao Impulso Infinita (IIR).



Estes filtros podem ser implementados em processadores digitais de sinais (DSP, e.g., a família TMS 320 da Texas; DPS32 da AT&T; DSP96002 Motorola; ADSP2100 Analog Devices etc.) em ordem bastante elevada, como por exemplo, **50 pólos ou mais, fornecendo uma atenuação de 1.000 dB/década fora da faixa de passagem!**

A implementação de filtros digitais FIR é similar àquela do Filtro Transversal de Wiener, porém com entradas e saídas discretas.

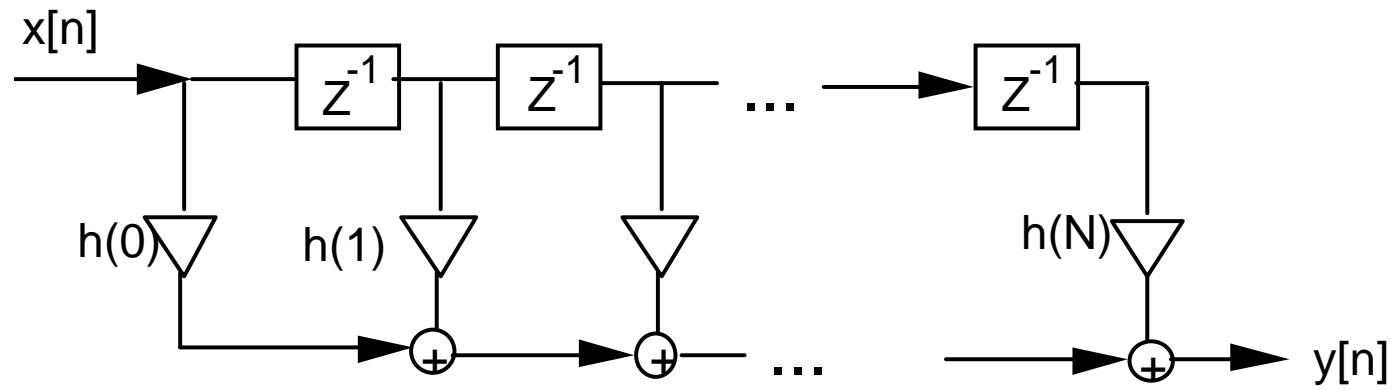


Figura- Filtro Digital FIR de ordem  $N$  (implementação direta).